

专题: 磁斯格明子

磁性斯格明子晶格的磁弹现象与机理*

胡杨凡[†] 万学进 王彪[‡]

(中山大学中法核工程与技术学院, 珠海 519082)

(2018年2月1日收到; 2018年3月31日收到修改稿)

近年来, 人们在一些具有手性相互作用的磁性体材料及薄膜中成功观测到具有非平凡拓扑性质的二维自旋结构, 称作磁性斯格明子. 在大部分情况下, 磁性斯格明子自发地聚集成一种晶格结构, 称作斯格明子晶格. 孤立的斯格明子由于其奇特的拓扑性质以及优异的电流驱动性质等“局域化特征”受到人们的广泛关注. 与此相对, 斯格明子晶格作为一种新颖的宏观磁性相, 可能与材料固有的多场耦合性质发生相互作用进而引发许多奇特的宏观物理现象乃至新性质. 在此范畴内, 人们发现由于手征磁体内禀的磁弹耦合, 斯格明子晶格不但对材料的力学性质产生影响, 而且在外力作用下自身具备“层展的弹性性质”. 本文对相关现象进行梳理, 并基于一种针对B20族手征磁体磁弹耦合效应普遍适用的热力学唯象模型, 逐一简述对于不同类型的磁弹现象如何建模分析, 进而给出其中一部分现象的实验与理论结果比对. 最后, 对这一领域的发展提出几个可供进一步探索的方向.

关键词: 斯格明子晶格, 手征磁体, 磁弹耦合, 层展弹性

PACS: 62.20.de, 75.10.-b, 75.80.+q

DOI: 10.7498/aps.67.20180251

1 引言

斯格明子(skyrmion)的概念最早由Tony Skyrme^[1,2]在核物理的范畴提出, 是指非线性sigma模型的一个拓扑非平凡的孤子解. 随后人们发现斯格明子出现在横跨宇观到微观的各个尺度的物理体系中^[3-7]. 在非中心对称的铁磁性体材料或薄膜结构中, 自旋在一定条件下自发地排列成拓扑非平凡的磁性斯格明子, 大多数情况下它们由于非共线的Dzyaloshinskii-Moriya (DM)相互作用而得以稳定存在^[8-11]. 磁性材料中的二维斯格明子有两种可能的构型, 分别是布洛赫型^[12-15](图1(a))与奈尔型^[16,17](图1(b)). 材料中具体出现何种类型的斯格明子取决于系统的手性, 而手征磁体中布洛赫型的斯格明子较为常见. 孤立斯

格明子的拓扑特征使其表现出稳定的“粒子”性质^[18-20], 是人们理解层展物质态存在与演化的突破口. 同时, 斯格明子能够被极低密度的电流驱动^[21,22]且能引发拓扑霍尔效应^[23-27], 对新型自旋电子学器件以及高密度存储器件的研发至关重要. 然而, 真实材料中发现的斯格明子大多数情况下不会孤立存在, 而是自发结晶形成所谓的斯格明子晶格(SkX). 2009年, Mühlbauer等^[12]通过小角度中子散射在MnSi体材料中首次发现自旋在特定外场条件下形成了二维SkX. 此后, 人们在B20族手征磁体的体材料^[28,29]以及薄膜^[13,14,19,30-32]中大量地观测到稳定的SkX. 在纳米结构中, 人们能够通过几何尺寸上的约束^[33-36]获得单个的斯格明子, 然而随着结构尺寸的增加, 单个斯格明子迅速演化为斯格明子团簇(图1(c)), 进而变化为SkX(图1(d)).

* 国家自然科学基金(批准号: 11772360, 11302267, 11472313, 11572355)和广州市珠江科技新星专题(批准号: 201806010134)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: huyf3@mail.sysu.edu.cn

[‡] 通信作者. E-mail: wangbiao@mail.sysu.edu.cn

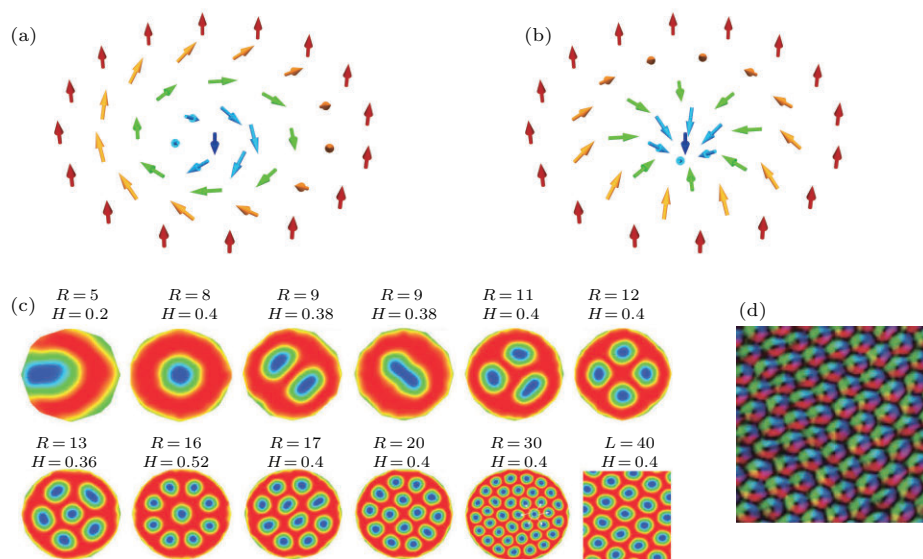


图1 二维斯格明子及其团簇、晶格 (a) 布洛赫型以及 (b) 奈尔型孤立斯格明子示意图; (c) 纳米盘中孤立斯格明子随半径增大逐渐变化为斯格明子团簇^[35]; (d) 斯格明子晶格^[13]

Fig. 1. 2D skyrmions, skyrmions clusters and skyrmion lattices: (a) Bloch-type and (b) Neel-type isolated skyrmions; (c) skyrmions in the nanometer disk which transform from isolated state into cluster state with increasing diameter of the disk^[35]; (d) skyrmion crystal^[13].

长程有序的SkX^[37]打破了孤立斯格明子的轴对称,与孤立斯格明子的粒子特征不同,其物理实质为相互耦合的自旋密度波^[38].作为一种宏观磁相,SkX“弥散”在整个材料中,因而导致材料本身各种宏观性质发生变化,诸如弹性常数^[39]、比热容^[40]、磁电阻等^[41].与之相比,孤立斯格明子对材料宏观性质的影响往往可以忽略.另一方面,斯格明子晶格的波本质使其可能出现的结构变得更加丰富,并且这种结构多样性从孤立斯格明子的角度难以解释.例如,人们在实验上观测到斯格明子晶格会发生所谓的结构相变^[29,42],即从六角晶格变化为四方晶格.这类相变发生前后两种晶格的波矢模长基本不变,意味着晶格中的斯格明子有效半径发生了跳变,也就是说两种晶格中的斯格明子具有截然不同的尺寸.

由于手征磁体内禀的磁弹相互作用,材料内部的斯格明子及其晶格在外力作用下引发丰富的磁弹耦合现象,一般来说可分为两类.一类现象体现外力对斯格明子及其晶格的影响.首先,此中研究得最多的现象就是通过外力调整斯格明子晶格相在磁场-温度相图中稳定区域的大小.人们在理论^[43-46]与实验^[47-54]上都发现,对材料施加单轴拉伸或压缩可以达到这一目的.对于薄膜结构,可以通过基底与薄膜之间的晶格失配施加应变,从而

同样达到调节斯格明子晶格稳定性的目的^[31,55,56](见图2).其次,单轴拉伸还能影响斯格明子的生成、湮灭以及基本性质.Ghimire等^[57]通过第一性原理计算发现较强的磁弹耦合相互作用可能使材料出现非共线的磁性基态.Liu等^[58]发现单轴应力能够将磁畴“切”成斯格明子.Chen等^[59]发现单轴拉伸可以改变斯格明子手性,导致混合手性斯格明子的出现.Li等^[60]发现可以通过对材料施加应力控制斯格明子的生成以及在电流中的运动轨迹.最后,外力还会导致SkX发生层展变形.2015年,Shibata等^[28]通过洛伦兹透射电子显微镜(TEM)发现对FeGe薄膜施加0.3%的单向拉伸应变后,材料内部的SkX出现了高达20%的单向层展应变(见图4(a)–(c)).这一实验结果说明SkX具有极好的“层展弹性”,且该性质独立于底层材料的刚度.随后这种层展弹性现象在MnSi中也得到验证^[47,61].Hu与Wang^[62]推导了描述SkX层展弹性的线性本构方程,构建了定量描述这一现象的解析理论.

另一类现象体现SkX的出现对于材料自身力学性质的影响.首先,磁弹耦合使得SkX总是伴随着一个周期变化的内禀弹性场^[63].在自由边界上,其中的内禀应力场的释放形成一个周期分布的凹凸不平的表面构型,称为SkX的表面形貌^[64].其

次, 当材料磁极化相变到斯格明子晶格相的过程中, 材料的弹性常数发生跳变^[39,65,66,67], Zhang等^[68]在理论上构建了声子-磁振子耦合理论对此进行了解释. 最后, 材料的动力学性质(声子谱)受到斯格明子晶格的影响^[69,70]. 上述现象说明材料内部弹性场与磁性斯格明子及其晶格之间相互影响, 其中蕴含丰富的物理, 而对此的明晰是发展斯格明子及其晶格“应变工程”的基础.

在针对某个特定的材料中某种磁弹耦合现象进行专门研究的过程中涌现出若干有效的理论方法, 然而其中大部分方法局限性较大. 与此相对, 要建立一个针对某一类材料的各种磁弹耦合现象普遍适用的理论则非常困难. Hu与Wang^[71]基于B20族材料的对称性推导了包含必要高阶磁弹相互作用的Landau-Ginzburg泛函, 并在此基础上定量解释了与典型材料MnSi相关的若干磁弹耦合现象, 在此方面推进了一步. 本文以这一套理论方法为脉络, 首先分类梳理上述磁弹耦合现象, 再简述如何基于这一理论研究相应的磁弹耦合问题, 并给出相应实验与理论结果的对比, 最后给出斯格明子磁弹耦合范畴内我们认为较为重要的几个发展方向.

2 B20族手征磁体在磁场-温度场-弹性场耦合作用下的朗道-金兹堡泛函

针对手征磁体磁弹耦合现象的研究由来已久. 早期的理论工作主要可分为以下两类: 一类是基于立方对称铁磁体的磁致伸缩理论^[72](称作K理论); 另一类是基于针对MnSi中的自旋密度波相(或称圆锥相)发展的磁致伸缩理论^[73](称作P理论). 然而, 使用这两类理论解释许多与斯格明子及其晶格相关的磁弹耦合现象却并不成功, 其主要原因

在于这两类理论使用的磁弹耦合相互作用泛函过度地地简化了. Hu与Wang^[71]基于群论推导了针对B20族手征磁体普遍适用的磁弹耦合相互作用泛函, 除P理论中描述的泛函项外, 还包含了另外两类高阶相互作用泛函项. 以此为基础, 它们拓展了B20族手征磁体的朗道-金兹堡自由能密度泛函^[7,10,74], 适用于分析手征磁体在磁-温-弹耦合场作用下的行为:

$$w(\mathbf{M}, \varepsilon_{ij}) = \sum_{i=1}^3 A \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 + D \mathbf{M} \cdot (\nabla \times \mathbf{M}) - \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} + \alpha(T - T_0) \mathbf{M}^2 + \beta \mathbf{M}^4 + w_{\text{an}} + w_{\text{el}} + w_{\text{me}}, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{M} = [M_1, M_2, M_3]^T$ 表示磁极化向量; ε_{ij} 表示应变分量; T 表示温度; M_s 表示接近绝对零度时测得的饱和磁极化; $\mathbf{M}^2 = M_1^2 + M_2^2 + M_3^2$. 方程(1)中第一项源自交换相互作用, A 表示其强度; 第二项源自DM相互作用, D 表示其强度; 第三项表示外磁场 $\mathbf{B}$ 引起的Zeeman能密度; $\alpha(T - T_0) \mathbf{M}^2 + \beta \mathbf{M}^4$ 表示自由能密度朗道展开的二次以及四次项; $w_{\text{an}}, w_{\text{el}}$ 以及 w_{me} 分别表示各向异性能密度、弹性能密度、以及磁弹耦合能密度. 它们的表达式分别可展开为:

$$w_{\text{an}} = \sum_{i=1}^3 \left[A_e \left(\frac{\partial M_i}{\partial x_i} \right)^2 + A_c M_i^4 \right], \quad (2)$$

$$w_{\text{el}} = \frac{1}{2} C_{11} (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2) + C_{12} (\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} + \varepsilon_{22} \varepsilon_{33}) + \frac{1}{2} C_{44} (\gamma_{12}^2 + \gamma_{13}^2 + \gamma_{23}^2), \quad (3)$$

$$w_{\text{me}} = w_{\text{me0}} + w_{\text{me1}} + w_{\text{me2}}, \quad (4)$$

其中

$$w_{\text{me0}} = \frac{1}{M_s^2} [K M^2 \varepsilon_{ii} + L_1 (M_1^2 \varepsilon_{11} + M_2^2 \varepsilon_{22} + M_3^2 \varepsilon_{33}) + L_2 (M_3^2 \varepsilon_{11} + M_1^2 \varepsilon_{22} + M_2^2 \varepsilon_{33}) + L_3 (M_1 M_2 \gamma_{12} + M_1 M_3 \gamma_{13} + M_2 M_3 \gamma_{23})], \quad (5)$$

$$w_{\text{me1}} = \frac{1}{M_s^2} \sum_{i=1}^6 L_{Oi} f_{Oi}, \quad (6)$$

$$w_{\text{me2}} = \frac{1}{M_s^2} \sum_{i=1}^3 L_{2i} f_{2i}, \quad (7)$$

$$f_{O1} = \varepsilon_{11} (M_{1,2} M_3 - M_{1,3} M_2) + \varepsilon_{22} (M_{2,3} M_1 - M_{2,1} M_3) + \varepsilon_{33} (M_{3,1} M_2 - M_{3,2} M_1),$$

$$\begin{aligned}
 f_{O2} &= \varepsilon_{11}(M_{3,1}M_2 - M_{2,1}M_3) + \varepsilon_{22}(M_{1,2}M_3 - M_{3,2}M_1) + \varepsilon_{33}(M_{2,3}M_1 - M_{1,3}M_2), \\
 f_{O3} &= \varepsilon_{11}M_1(M_{2,3} - M_{3,2}) + \varepsilon_{22}M_2(M_{3,1} - M_{1,3}) + \varepsilon_{33}M_3(M_{1,2} - M_{2,1}), \\
 f_{O4} &= \gamma_{23}(M_{1,3}M_3 - M_{1,2}M_2) + \gamma_{13}(M_{2,1}M_1 - M_{2,3}M_3) + \gamma_{12}(M_{3,2}M_2 - M_{3,1}M_1), \\
 f_{O5} &= \gamma_{23}(M_{3,1}M_3 - M_{2,1}M_2) + \gamma_{13}(M_{1,2}M_1 - M_{3,2}M_3) + \gamma_{12}(M_{2,3}M_2 - M_{1,3}M_1), \\
 f_{O6} &= \gamma_{23}M_1(M_{3,3} - M_{2,2}) + \gamma_{13}M_2(M_{1,1} - M_{3,3}) + \gamma_{12}M_3(M_{2,2} - M_{1,1}),
 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 f_{21} &= \gamma_{23}\gamma_{12}M_1M_3 + \gamma_{23}\gamma_{13}M_1M_2 + \gamma_{12}\gamma_{13}M_2M_3, \\
 f_{22} &= \gamma_{23}^2M_1^2 + \gamma_{12}^2M_3^2 + \gamma_{13}^2M_2^2, \quad f_{23} = M^2(\gamma_{23}^2 + \gamma_{12}^2 + \gamma_{13}^2).
 \end{aligned} \quad (9)$$

方程(2)中第一项源自交换各向异性, A_e 表示其强度; 第二项源自磁晶各向异性, A_c 表示其强度. 方程(4)将磁弹相互作用分为三部分, 其中 w_{me0} 给出的泛函形式与P理论一致, w_{me1} 与 w_{me2} 则给出两类高阶磁弹耦合相互作用, $K, L_i (i = 1, 2, 3), L_{Oi} (i = 1-6), L_{2i} (i = 1, 2, 3)$ 等为磁弹耦合系数. 后面会看到, w_{me1} 描述的部分对于理解材料弹性常数 C_{11} 以及 C_{33} 随外磁场的变化至关重要, 而 w_{me2} 描述的部分对于理解材料弹性常数 C_{44} 以及 C_{66} 随外磁场的变化至关重要. 从泛函展开的角度而言, w_{me2} 是 w_{me1} 的高阶项, w_{me1} 又是 w_{me0} 的高阶项, 因此在讨论某些特定问题时 w_{me2} 可忽略不计.

若材料的应变 ε_{ij} 被约束(或说材料受到位移约束), 则磁弹耦合对手征磁体平衡态性质的影响可通过分析 w_{me} 对于方程(1)中其他项的影响获得. 例如, w_{me0} 中的项会影响朗道展开二次项 $\alpha(T - T_0)\mathbf{M}^2$ 的系数. 在给定应变约束 ε_{ij} 时, 磁弹耦合对平衡态性质的影响不仅依赖于材料的磁弹耦合系数(K, L_1, L_2, L_3 等), 更依赖于其与相应热力学参数(在本例中为 α)的相对大小. 为方便讨论, 可将方程(1)给出的泛函重整化为如下的形式:

$$\begin{aligned}
 &\tilde{w}(\mathbf{m}, \varepsilon_{ij}) \\
 &= \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial r_i} \right)^2 + 2\mathbf{m} \cdot (\nabla \times \mathbf{m}) - 2\mathbf{b} \cdot \mathbf{m} \\
 &\quad + t\mathbf{m}^2 + \mathbf{m}^4 + \tilde{w}_{an} + \tilde{w}_{el} + \tilde{w}_{me},
 \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\tilde{w}(\mathbf{m}, \varepsilon_{ij}) = \frac{\beta}{G^2} w(\mathbf{M}, \varepsilon_{ij})$, 而

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r} &= \frac{\mathbf{x}}{L_D}, \quad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B}, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_0}, \quad L_D = \frac{2A}{D}, \\
 G &= \frac{D^2}{4A}, \quad B = 2GM_0, \\
 M_0 &= \sqrt{\frac{G}{\beta}}, \quad t = \frac{\alpha(T - T_0)}{G}.
 \end{aligned} \quad (11)$$

$\mathbf{x}$ 与 $\mathbf{r}$ 分别为重整化前后坐标矢量, 通过这一变换得到的 $\tilde{w}(\mathbf{m}, \varepsilon_{ij})$ 是无量纲化的磁极化 $\mathbf{m}$ 以及应变 ε_{ij} 的泛函, 且 $\tilde{w}_{an}$, $\tilde{w}_{el}$ 与 $\tilde{w}_{me}$ 的表达式形式可通过如下变换从方程(2)——(9)直接导出:

$$\begin{aligned}
 M_i &\rightarrow m_i, \quad M_{i,j} \rightarrow m_{i,j}, \quad A_e \rightarrow \tilde{A}_e, \quad A_c \rightarrow \tilde{A}_c, \\
 C_{11} &\rightarrow \tilde{C}_{11}, \quad C_{12} \rightarrow \tilde{C}_{12}, \quad C_{44} \rightarrow \tilde{C}_{44}, \quad \frac{K}{M_s^2} \rightarrow \tilde{K}, \\
 \frac{L_i}{M_s^2} &\rightarrow \tilde{L}_i, \quad \frac{L_{Ok}}{M_s^2} \rightarrow \tilde{L}_{Ok}, \quad \frac{L_{2i}}{M_s^2} \rightarrow \tilde{L}_{2i}, \\
 (i, j &= 1, 2, 3; \quad k = 1, 2, \dots, 6).
 \end{aligned} \quad (12)$$

方程(12)中的重整化系数与原系数之间满足

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_e &= \frac{A_e}{A}, \quad \tilde{A}_c = \frac{A_c}{\beta}, \quad \tilde{K} = \frac{K}{GM_s^2}, \\
 \tilde{L}_1 &= \frac{L_1}{GM_s^2}, \quad \tilde{L}_2 = \frac{L_2}{GM_s^2}, \quad \tilde{L}_3 = \frac{L_3}{GM_s^2}, \\
 \tilde{L}_{2i} &= \frac{L_{2i}}{GM_s^2} \quad (i = 1, 2, 3), \\
 \tilde{L}_{Oi} &= \frac{2L_{Oi}}{DM_s^2} \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \\
 \tilde{C}_{11} &= \frac{\beta}{G^2} C_{11}, \quad \tilde{C}_{12} = \frac{\beta}{G^2} C_{12}, \\
 \tilde{C}_{44} &= \frac{\beta}{G^2} C_{44}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

与方程(1)相比, 方程(10)的形式更具普适性. 此时磁弹相互作用对斯格明子及其晶格的影响完全取决于方程(13)中列出的重整化系数.

3 斯格明子晶格相的波本质及其平衡态性质

自斯格明子晶格相在手征磁体中被发现以来, 一个备受争议的基本问题是应该将其理解为耦合的自旋密度波还是拓扑磁性层展粒子的简单堆砌. “粒子”派认为SkX中的斯格明子之间存在

相互作用, 然而这种相互作用仅仅扰动了其中斯格明子的边缘区域, 而每个斯格明子仍然具有一个面内轴对称的“核”^[7,75]. 反之, “波动”派认为被广泛观测到的具有六角对称的SkX可被近似为一个常向量与三个具有不同波矢方向的自旋密度波的叠加^[12,29,37]. 在大部分体材料^[12,28,29]与相应薄膜^[13–15,30,31]中, 斯格明子都以晶格态存在; 同时人们还发现其他层展磁性粒子(如双斯格明子^[76,77]以及反斯格明子等^[78])均形成相应的晶态. 这些实验现象说明层展晶态的波-粒本质争议具有一般性. 同时, 这一问题的解答至少具有以下两重显著的价值: 1) 层展晶态的波表述与粒子表述在数学上互不相容, 因此只有解决这一议题才能明确任何层展晶格的准确数学表达式; 2) 两种表述具有不同的局部对称性, 因此这一议题的答案决定了层展晶态中的粒子是否保持孤立层展粒子的许多物理性质(例如拓扑保护). 不考虑磁弹耦合作用时(即在方程(10)中忽略 $\tilde{w}_{\text{an}}$ 以及 $\tilde{w}_{\text{me}}$), Hu^[38]运用泛函分析证明了任何长程有序的层展晶态具有波本质, 也就是说这些状态对应的数学表达式可写为一个傅里叶级数. 对于任一二维层展晶态, 其序参量可写为如下形式的 n 阶傅里叶表述:

$$\mathbf{m}_{\text{Fn}} = \mathbf{m}_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{m}_{\mathbf{q}_{ij}} e^{i\mathbf{q}_{ij} \cdot \mathbf{r}}, \quad (14)$$

其中 n_i 表示第 i 阶展开中波矢的个数; $\mathbf{q}_{ij}$ 表示第 i 阶展开中第 j 个波矢; $|\mathbf{q}_{i1}| = |\mathbf{q}_{i2}| = |\mathbf{q}_{i3}| = \dots = |\mathbf{q}_{in_i}| = s_i q$; $|\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{i1}}| = |\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{i2}}| = |\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{i3}}| = \dots = |\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{in_i}}| = m_{\mathbf{q}_i}$, $|\mathbf{q}_{1j}| < |\mathbf{q}_{2j}| < |\mathbf{q}_{3j}| < \dots < |\mathbf{q}_{nj}|$. s_i 表示 i 阶展开波矢模长与1阶展开波矢模长 q 的比值, 为一个递增的正实数序列, 其取值与晶格结构有关. 六角晶格对应的 s_i 值见表1. 应注意方程(14)以及下文中, $i = \sqrt{-1}$, 与下标 i 具有不同含义.

将方程(14)形式的解代入方程(10), 积分后可得

$$\bar{w}(\mathbf{m}_{\text{Fn}}, \varepsilon_{ij})$$

$$= -\frac{(t-1)^2}{4} - b^2 + (\mathbf{m}_0 - \mathbf{b})^2 + \bar{w}_{\text{int}} + \bar{w}_{\text{per}} + \bar{w}_{\text{an}} + \bar{w}_{\text{me}} + \bar{w}_{\text{el}}, \quad (15)$$

其中

$$\bar{w}(\mathbf{m}_{\text{Fn}}, \varepsilon_{ij}) = \frac{1}{V} \int \tilde{w}(\mathbf{m}_{\text{Fn}}, \varepsilon_{ij}) dV;$$

$\bar{w}_{\text{an}}$, $\bar{w}_{\text{me}}$ 以及 $\bar{w}_{\text{el}}$ 具有类似的定义; 而

$$\bar{w}_{\text{int}} = \frac{1}{V} \int \left(\mathbf{m}_{\text{Fn}}^2 + \frac{t-1}{2} \right)^2 dV,$$

$$\bar{w}_{\text{per}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{ij}}^*)^T \mathbf{A}_{ij} \mathbf{m}_{\mathbf{q}_{ij}}.$$

这里 $\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{ij}}^*$ 表示 $\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{ij}}$ 的复共轭, 而

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{bmatrix} 1 + (s_i q)^2 & 0 & 2i q_{ijy} \\ 0 & 1 + (s_i q)^2 & -2i q_{ijx} \\ -2i q_{ijy} & 2i q_{ijx} & 1 + (s_i q)^2 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

其中 $|\mathbf{q}_{ij}| = s_i q = \sqrt{q_{ijx}^2 + q_{ijy}^2}$, 这里 q_{ijx} 与 q_{ijy} 分别为 $\mathbf{q}_{ij}$ 的 x 与 y 方向分量. $\mathbf{A}_{ij}$ 对应三个不同的特征值 $(s_i q - 1)^2$, $1 + (s_i q)^2$ 以及 $(s_i q + 1)^2$, 它们的相应单位特征向量可写为

$$\mathbf{P}_{ij1} = \frac{1}{\sqrt{2} s_i q} [-i q_{ijy}, i q_{ijx}, s_i q]^T,$$

$$\mathbf{P}_{ij2} = \frac{1}{s_i q} [q_{ijx}, q_{ijy}, 0]^T,$$

$$\mathbf{P}_{ij3} = \frac{1}{\sqrt{2} s_i q} [i q_{ijy}, -i q_{ijx}, s_i q]^T.$$

因此 $\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{ij}}$ 可以展开为

$$\mathbf{m}_{\mathbf{q}_{ij}} = c_{ij1} \mathbf{P}_{ij1} + c_{ij2} \mathbf{P}_{ij2} + c_{ij3} \mathbf{P}_{ij3}, \quad (17)$$

而

$$c_{ijk} = c_{ijk}^{\text{re}} + i c_{ijk}^{\text{im}}, \quad (18)$$

其中 c_{ijk}^{re} 与 c_{ijk}^{im} 是实的待解变量. 假设 $\varepsilon_{ij} = 0$, 任意一种层展晶态解由变量 $\mathbf{m}_0$, c_{ijk}^{re} , c_{ijk}^{im} 以及 q 确定, 它们的取值则通过对方程(15)中的 $\bar{w}(\mathbf{m}_{\text{Fn}}, 0)$ 求极小值来确定. 运用方程(17), $\bar{w}_{\text{per}}$ 可表述为

表1 六角晶格对应傅里叶表述的详细信息

Table 1. Detail information related to the Fourier representation of hexagonal lattices.

下标 i 取值	1	2	3	4	5	6	7	8
n_i	6	6	6	12	6	6	12	6
s_i	1	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{7}$	3	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{13}$	4
$\mathbf{q}_{ij}$ 的可能取值	(1, 0)	(0, $\sqrt{3}$)	(2, 0)	(2, $\sqrt{3}$)	(3, 0)	(0, $2\sqrt{3}$)	(1, $2\sqrt{3}$)	(4, 0)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} [|c_{ij1}|^2 (s_i q - 1)^2 + |c_{ij2}|^2 (1 + (s_i q)^2) + |c_{ij3}|^2 (s_i q + 1)^2].$$

$\bar{w}_{\text{per}} = 0$ 对应的解是: $q = 1$; 对任意的 i, j , $|c_{ij2}| = |c_{ij3}| = 0$; 而对 $i \neq 1$, $|c_{ij1}| = 0$. 由于 $\bar{w}_{\text{per}}$ 总是半正定的, 并且 $\bar{w}_{\text{per}}$ 中包含对于层展晶态的稳定性起主导作用的交换相互作用以及 DM 相互作用, 因此 $\bar{w}_{\text{per}} = 0$ 的解往往可作为数值求解任意一种层展晶态解的起点.

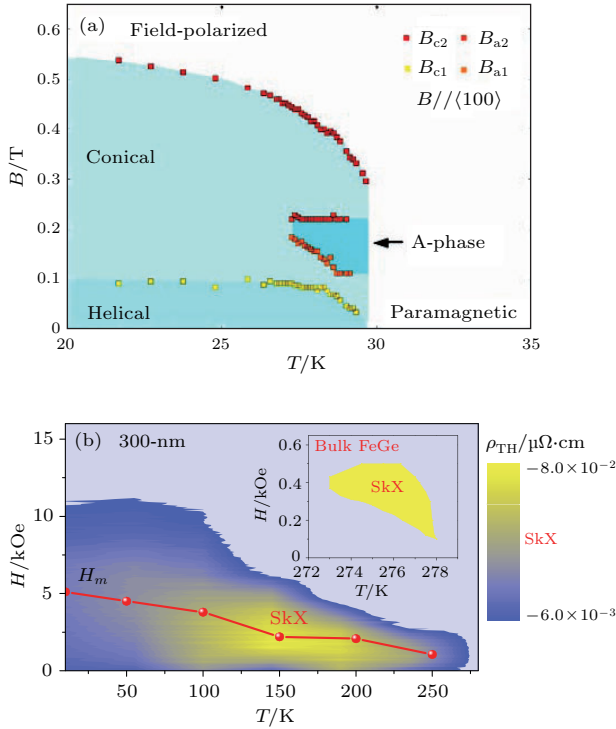


图 2 (a) MnSi 体材料磁场-温度相图^[12], 其中 A-phase 指斯格明子晶格相; (b) FeGe 薄膜磁场-温度相图^[31], 其中高亮且标 SkX 的区域为稳定的斯格明子晶格相, 内插图高亮标注的区域为 FeGe 体材料稳定的斯格明子晶格相

Fig. 2. (a) Magnetic field-temperature phase diagram of bulk MnSi^[12], in which A-phase stands for the skyrmion lattice phase; (b) magnetic field-temperature phase diagram of FeGe film^[31], in which the region highlighted and labeled with SkX is the stable skyrmion lattice phase, the highlighted region in the inset represents the stable skyrmion lattice phase of bulk FeGe.

4 材料的受力与变形对斯格明子晶格性质的影响

手征磁体作为铁磁体中的一小类, 具备内禀的磁弹耦合性质. SkX 作为手征磁体中的磁极化可能呈现的一种宏观状态, 必然受到外力作用的影响.

本节我们从两个方面探讨材料的受力与变形对磁性 SkX 性质的影响.

4.1 外力与变形对斯格明子晶格稳定性的影响

斯格明子晶格相最初在 MnSi 体材料中被发现时^[12], 只能稳定存在于温度-磁场相图右下方的一个狭小的口袋状区域中. 随后, 人们在实验中观测到在外延生长的 Fe_{0.5}Co_{0.5}Si^[13], FeGe^[14,31] 以及 MnSi^[56] 薄膜中, SkX 在相图中的稳定区域与体材料相比大大增加. 由于外延生长的薄膜与基底之间总是存在失配应变, 这一实验现象由此成为应力应变能够影响斯格明子晶格稳定性的第一个证据. 在理论上, Butenko 等^[43] 在自由能密度泛函中引入单轴各向异性项, 发现能够通过调控各向异性的大小来稳定非中心对称的铁磁体中的斯格明子晶格相, 并认为这一机制可以解释外延薄膜中斯格明子晶格相的稳定性. 该理论的遗憾之处在于自由能密度泛函中并不显含应变, 因此无法得知单轴各向异性是如何通过外延薄膜受到的失配应变产生的^[79]. 此后, Nü 等^[48] 在 MnSi 的单轴拉伸压缩实验中得到更直接的证据: 单轴拉伸或压缩能够有效地调节斯格明子晶格相在相图中的稳定区域. Hu 与 Wang^[71] 基于第 2 节给出的热力学模型定量解释了这一实验结果, 我们在此简述其思路.

首先, 在给定的温度、磁场以及应力条件下, 我们通过方程(10)给出的自由能密度泛函求出给定应力边界条件下的应变解. 由本构关系 $\tilde{\sigma}_{ij} = \partial \tilde{w}(\mathbf{m}, \epsilon_{ij}) / \partial \epsilon_{ij}$, 有

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{11} &= \tilde{C}_{11}(\epsilon_{11} - \epsilon_{11}^*) + \tilde{C}_{12}(\epsilon_{22} - \epsilon_{22}^* + \epsilon_{33} - \epsilon_{33}^*), \\ \tilde{\sigma}_{22} &= \tilde{C}_{11}(\epsilon_{22} - \epsilon_{22}^*) + \tilde{C}_{12}(\epsilon_{11} - \epsilon_{11}^* + \epsilon_{33} - \epsilon_{33}^*), \\ \tilde{\sigma}_{33} &= \tilde{C}_{11}(\epsilon_{33} - \epsilon_{33}^*) + \tilde{C}_{12}(\epsilon_{11} - \epsilon_{11}^* + \epsilon_{22} - \epsilon_{22}^*), \\ \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{23} \\ \tilde{\sigma}_{13} \\ \tilde{\sigma}_{12} \end{bmatrix} &= \mathbf{D} \begin{bmatrix} \gamma_{23} - \gamma_{23}^* \\ \gamma_{13} - \gamma_{13}^* \\ \gamma_{12} - \gamma_{12}^* \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 表示重整化的应力分量, 满足 $\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\beta}{G^2} \sigma_{ij} \cdot \epsilon_{ij}^*$ 与 γ_{ij}^* 共同表征本征应变 (材料的总应变为弹性应变与本征应变之和) 的分量, 且具有如下具体形式:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{11}^* &= K^* m^2 - L_1^* m_1^2 - L_2^* m_3^2 + L_{O1}^* (m_3 m_{1,2} - m_2 m_{1,3}) + L_{O2}^* (m_3 m_{2,1} - m_2 m_{3,1}) + L_{O3}^* m_1 (m_{2,3} - m_{3,2}), \\
 \varepsilon_{22}^* &= K^* m^2 - L_1^* m_2^2 - L_2^* m_1^2 + L_{O1}^* (m_1 m_{2,3} - m_3 m_{2,1}) + L_{O2}^* (m_1 m_{3,2} - m_3 m_{1,2}) + L_{O3}^* m_2 (m_{3,1} - m_{1,3}), \\
 \varepsilon_{33}^* &= K^* m^2 - L_1^* m_3^2 - L_2^* m_2^2 + L_{O1}^* (m_2 m_{3,1} - m_1 m_{3,2}) + L_{O2}^* (m_2 m_{1,3} - m_1 m_{2,3}) + L_{O3}^* m_3 (m_{1,2} - m_{2,1}), \\
 \begin{bmatrix} \gamma_{23}^* \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{12}^* \end{bmatrix} &= \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_{23}^* \\ \sigma_{13}^* \\ \sigma_{12}^* \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{20}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} (\tilde{C}_{44}^* + 2\tilde{L}_{22}m_1^2) & \tilde{L}_{21}m_1m_2 & \tilde{L}_{21}m_1m_3 \\ \tilde{L}_{21}m_1m_2 & (\tilde{C}_{44}^* + 2\tilde{L}_{22}m_2^2) & \tilde{L}_{21}m_2m_3 \\ \tilde{L}_{21}m_1m_3 & \tilde{L}_{21}m_2m_3 & (\tilde{C}_{44}^* + 2\tilde{L}_{22}m_3^2) \end{bmatrix}, \\
 \sigma_{23}^* &= -\tilde{L}_3m_2m_3 + \tilde{L}_{O6}m_1(m_{2,2} - m_{3,3}) + m_2(\tilde{L}_{O4}m_{1,2} + \tilde{L}_{O5}m_{2,1}) - m_3(\tilde{L}_{O4}m_{1,3} + \tilde{L}_{O5}m_{3,1}), \\
 \sigma_{13}^* &= -\tilde{L}_3m_1m_3 + \tilde{L}_{O6}m_2(m_{3,3} - m_{1,1}) + m_3(\tilde{L}_{O4}m_{2,3} + \tilde{L}_{O5}m_{3,2}) - m_1(\tilde{L}_{O4}m_{2,1} + \tilde{L}_{O5}m_{1,2}), \\
 \sigma_{12}^* &= -\tilde{L}_3m_1m_2 + \tilde{L}_{O6}m_3(m_{1,1} - m_{2,2}) + m_1(\tilde{L}_{O4}m_{3,1} + \tilde{L}_{O5}m_{1,3}) - m_2(\tilde{L}_{O4}m_{3,2} + \tilde{L}_{O5}m_{2,3}).
 \end{aligned} \tag{21}$$

在方程(20), (21)中, 具有上标“*”的参数定义如下:

$$\begin{aligned}
 K^* &= \frac{-\tilde{C}_{11}\tilde{K} + \tilde{C}_{12}(\tilde{K} + \tilde{L}_1 + \tilde{L}_2)}{(\tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{12})(\tilde{C}_{11} + 2\tilde{C}_{12})}, \\
 L_1^* &= \frac{\tilde{L}_1}{\tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{12}}, \quad L_2^* = \frac{\tilde{L}_2}{\tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{12}}, \\
 L_{O1}^* &= \frac{-\tilde{C}_{11}\tilde{L}_{O1} + \tilde{C}_{12}(-\tilde{L}_{O1} + \tilde{L}_{O2} + \tilde{L}_{O3})}{(\tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{12})(\tilde{C}_{11} + 2\tilde{C}_{12})}, \\
 L_{O2}^* &= \frac{\tilde{C}_{11}\tilde{L}_{O2} - \tilde{C}_{12}(\tilde{L}_{O1} - \tilde{L}_{O2} + \tilde{L}_{O3})}{(\tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{12})(\tilde{C}_{11} + 2\tilde{C}_{12})}, \\
 L_{O3}^* &= \frac{\tilde{C}_{12}(\tilde{L}_{O1} + \tilde{L}_{O2}) - (\tilde{C}_{11} + \tilde{C}_{12})\tilde{L}_{O3}}{(\tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{12})(\tilde{C}_{11} + 2\tilde{C}_{12})}, \\
 \tilde{C}_{44}^* &= \tilde{C}_{44} + 2\tilde{L}_{23}m^2.
 \end{aligned}$$

对于任意非共线的周期磁极化态, 弹性应变的解都可以分解为均匀部分与周期部分:

$\varepsilon_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}, \tilde{\sigma}_{ij}) + \hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}, \tilde{\sigma}_{ij})$, 其中 $\bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}, \tilde{\sigma}_{ij}) = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV$. 因此, $\bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}, \tilde{\sigma}_{ij})$ 可通过对方程(19)进行体积分来求解, 而 $\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}, \tilde{\sigma}_{ij})$ 的求解方法会在5.1节介绍. 值得注意的是, 由方程(19)可知即使材

料不受任何外力(即 $\tilde{\sigma}_{ij} = 0$), 材料内部均匀应变仍然可解为 $\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij}^* dV$. 由此公式求出的均匀应变称作磁性材料的磁致伸缩应变.

其次, 选择一个特定的磁性相, 以斯格明子晶格相为例, 则 $\mathbf{m}$ 具有方程(14)的形式. 将此具体形式代入上面求出的 $\bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}, \tilde{\sigma}_{ij})$ 以及 $\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}, \tilde{\sigma}_{ij})$ 的表达式中, 再以 $\varepsilon_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}_{Fn}, \tilde{\sigma}_{ij}) + \hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{m}_{Fn}, \tilde{\sigma}_{ij})$ 替代方程(10)中的应变分量, 则推导后可得 $\tilde{w} = \tilde{w}(\mathbf{m}_{Fn}, \tilde{\sigma}_{ij})$. 求 $\tilde{w}(\mathbf{m}_{Fn}, \tilde{\sigma}_{ij})$ 的极小值, 以确定 $\mathbf{m}_{Fn}$.

再次, 对所有可能出现的磁性相(如螺旋相、圆锥相、铁磁相等), 重复上一步的求解过程. 然后比较所有磁性相对应的自由能极小值, 找到其中的最小值, 则对应的相就是给定磁场、温度以及应力条件下的平衡态.

最后, 改变磁场以及温度条件, 重复上述过程, 则最终可以得到给定应力条件下手征磁体的磁场-温度相图. 任意其他两个热力学参数构成的相图可以用类似的方法求得.

表2 MnSi 体材料的热力学参数^[71]

Table 2. Thermodynamic parameters of bulk MnSi^[71].

第一组参数	$C_{11} = 283.3 \text{ GPa}, C_{12} = 64.1 \text{ GPa}, C_{44} = 117.9 \text{ GPa}, A = 1.27 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}, D = 1.14 \times 10^{-14} \text{ J} \cdot \text{A}^{-2},$
	$M_s = 1.63 \times 10^5 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}, \alpha = 6.44 \times 10^{-7} \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \beta = 3.53 \times 10^{-16} \text{ J} \cdot \text{A}^{-4} \cdot \text{m}, T_0 = 26 \text{ K},$
第二组参数	$A_e = -0.05 \text{ A}, A_c = 0$
	$K = -2 \times 10^7 \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}, L_1 = -0.70 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}, L_2 = 0.60 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}, L_3 = 1.65 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1},$
	$L_{O1} = -0.57 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-2}, L_{O2} = 1.15 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-2}, L_{O3} = -0.57 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-2},$
	$L_{22} = -1.01 \times 10^8 \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}, L_{23} = 2.03 \times 10^7 \text{ J} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}.$

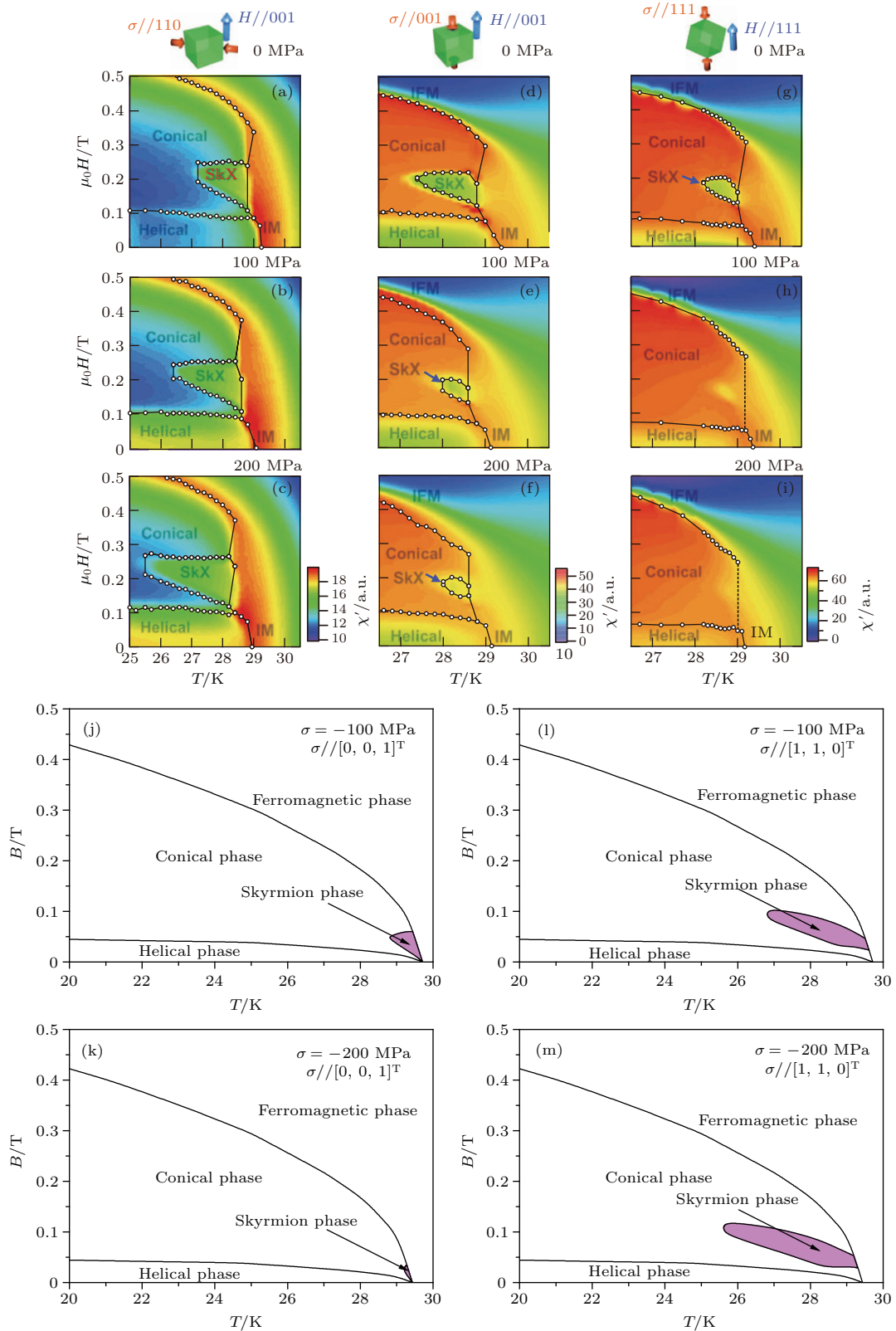


图3 MnSi 体材料在不同方向受单轴压缩对应的温度-磁场相图的实验结果^[48]与理论计算结果^[71] (a)–(c) 磁场方向沿 z 轴, 压力作用于 $[1, 1, 0]^T$ 方向; (d)–(f) 磁场与压力作用方向均沿 z 轴; (g)–(i) 磁场与压力作用方向均沿 $[1, 1, 1]^T$ 方向; (j)–(m) 磁场方向均沿 z 轴, 压力方向 (j), (k) 沿 z 轴, (l), (m) 沿 $[1, 1, 0]^T$ 方向

Fig. 3. Experimental results^[48] and theoretical calculation results^[71] of temperature-magnetic field phase diagram of bulk MnSi subjected to uniaxial compression in different direction: (a)–(c) The magnetic field is along z -axis, the pressure is along $[1, 1, 0]^T$ direction; (d)–(f) the magnetic field and the pressure are all along z -axis; (g)–(i) the magnetic field and the pressure are all along $[1, 1, 1]^T$ direction; (j)–(m) the magnetic field is along z -axis, the pressure is along (j), (k) z -axis, (l), (m) $[1, 1, 0]^T$ direction.

基于这一思路, 可计算 MnSi 体材料在四种不同条件的单轴压缩作用下的磁场-温度相图(见图 3(j)–(m)), 对比可知其与相应的实验结果^[48](见图 3(a)–(i)) 定量地符合. 由此可得出结论: 面外单轴压缩缩小 SkX 在磁场-温度相图中的稳定区域, 而面内单轴压缩扩大斯格明子晶格在磁场-温度相图中的稳定区域. 进一步分析可知^[71], 对这一现象起决定性作用的是 $\tilde{w}_{\text{me}0}$ 中的 $\tilde{L}_1(m_1^2\varepsilon_{11} + m_2^2\varepsilon_{22} + m_3^2\varepsilon_{33})$ 这一项.

4.2 斯格明子晶格的层展弹性力学

2015 年, Shibata 等^[28]发现 FeGe 薄膜在 0.3% 的单向拉伸应变作用下, 材料内部的 SkX 出现了高达 20% 的单向层展应变. 随后, 在针对 MnSi 的单向拉伸实验中, Fobes 等^[47]观察到类似的现象. 这说明手征磁体底层的原子晶格与层展的 SkX 同样具有“弹性”, 即在外力作用下会发生变形, 且两种晶格的弹性刚度相差较大(对于 FeGe 来说相差两个量级). Hu 与 Wang^[62]在第 2, 3 节介绍的热力学模型的基础上, 推导了描述斯格明子晶格“层展弹性”的线性本构方程, 并且将方程中的线性系数解析表达为底层材料热力学参数的函数. 下面简介这一理论的基本思想和结果.

在方程 (14) 中我们给出斯格明子晶格的傅里叶表述时, 曾给出了 $|\mathbf{q}_{i1}| = |\mathbf{q}_{i2}| = |\mathbf{q}_{i3}| = \dots = |\mathbf{q}_{in_i}| = s_i q$, $|\mathbf{m}_{q_{i1}}| = |\mathbf{m}_{q_{i2}}| = |\mathbf{m}_{q_{i3}}| = \dots =$

$|\mathbf{m}_{in_i}| = m_{qi}$ 的假设. 这一假设将 SkX 的结构固定为六角晶格, 然而考虑材料自身的各向异性(反映在方程 (10) 中的 $\tilde{w}_{\text{an}}$), 或者外荷载的作用时, 这种六角对称会被打破, 从而导致斯格明子晶格结构的变形. 为了在数学上描述这种变形, 我们首先不失一般性地选择 $\mathbf{q}_{11}$, $\mathbf{q}_{12}$ 作为斯格明子晶格的倒格矢. 与原子晶格相仿, SkX 的倒格矢与正格矢之间总是保持着如下的正交关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{q}_{11} &= 2\pi, \quad \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{q}_{12} = 0, \\ \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{q}_{11} &= 0, \quad \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{q}_{12} = 2\pi, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ 为斯格明子晶格的正格矢. 当晶格发生变形时, 原始正格矢 $\mathbf{a}_1^u$, $\mathbf{a}_2^u$ 变化为变形后的正格矢 $\mathbf{a}_1^d$, $\mathbf{a}_2^d$. 根据柯西-波恩定律^[80], 我们引入层展应变 ε_{ij}^e ($i, j = 1, 2$) 以及层展扭转角 ω^e , 将变形前的正格矢映射到变形后的正格矢

$$\mathbf{a}_i^d = \begin{bmatrix} 1 + \varepsilon_{11}^e & \varepsilon_{12}^e + \omega^e \\ \varepsilon_{12}^e - \omega^e & 1 + \varepsilon_{22}^e \end{bmatrix} \mathbf{a}_i^u \quad (i = 1, 2), \quad (23)$$

而层展应变与层展扭转角又可通过层展位移场 u_i^e ($i = 1, 2$) 定义: $\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{2}(u_{i,j}^e + u_{j,i}^e)$ ($i, j = 1, 2$), $\omega^e = \frac{1}{2}(u_{1,2}^e - u_{2,1}^e)$. 将方程 (23) 代入方程 (22), 变形后的倒格矢 $\mathbf{q}_{11}^d$ 与 $\mathbf{q}_{12}^d$ 可表示为 ε_{ij}^e 与 ω^e 的函数, 而 $\mathbf{q}_{13}^d$ 可通过关系 $\mathbf{q}_{11}^d + \mathbf{q}_{12}^d + \mathbf{q}_{13}^d = 0$ 求出. 对于二维六角晶格, 不失一般性地假设 $\mathbf{q}_{11}^u = q[0, 1]^T$, $\mathbf{q}_{12}^u = q\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right]^T$, 推导后可得

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{11}^d &= \frac{q}{s}[\omega^e - \varepsilon_{12}^e, 1 + \varepsilon_{11}^e]^T, \\ \mathbf{q}_{12}^d &= \frac{q}{2s}[-\sqrt{3} - \sqrt{3}\varepsilon_{22}^e + \varepsilon_{12}^e - \omega^e, -1 - \varepsilon_{11}^e + \sqrt{3}(\varepsilon_{12}^e + \omega^e)]^T, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $s = 1 + \varepsilon_{11}^e + \varepsilon_{22}^e + \varepsilon_{11}^e\varepsilon_{22}^e - (\varepsilon_{12}^e)^2 + (\omega^e)^2$. 在此基础上, 描述可变形斯格明子晶格相的独立变量可整合为如下四个矢量:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = [\varepsilon_{11}^e, \varepsilon_{22}^e, \varepsilon_{12}^e, \omega^e]^T, \quad (25)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\bar{\varepsilon}_{11}, \bar{\varepsilon}_{22}, \bar{\varepsilon}_{33}, \bar{\gamma}_{23}, \bar{\gamma}_{13}, \bar{\gamma}_{12}]^T, \quad (26)$$

$$\mathbf{U}^q = [U_1^{cq11}, U_2^{cq11}, U_3^{cq11}, U_1^{sq11}, U_2^{sq11}, U_3^{sq11}, U_1^{cq12}, \dots, U_3^{sq12}, U_1^{cq13}, \dots, U_3^{sq13}, U_1^{cq21}, \dots]^T, \quad (27)$$

$$\mathbf{m}^a = [m_{01}, m_{02}, m_{03}, c_{111}^{\text{re}}, c_{121}^{\text{re}}, c_{131}^{\text{re}}, c_{112}^{\text{re}}, \dots, c_{133}^{\text{re}}, c_{111}^{\text{im}}, c_{121}^{\text{im}}, c_{131}^{\text{im}}, c_{112}^{\text{im}}, \dots, c_{133}^{\text{im}}, c_{211}^{\text{re}}, \dots]^T. \quad (28)$$

这里我们将弹性应变拆分为如下形式:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \bar{\varepsilon}_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} [-(U_i^{cq} q_j + U_j^{cq} q_i) \sin \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + (U_i^{sq} q_j + U_j^{sq} q_i) \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}], \quad (29)$$

其中 $\bar{\varepsilon}_{ij}$ 为均匀应变, 而周期应变由周期位移场 $\sum_{\mathbf{q} \neq 0} (\mathbf{U}^{\mathbf{c}\mathbf{q}} \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{U}^{\mathbf{s}\mathbf{q}} \sin \mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$ 产生 ($\mathbf{U}^{\mathbf{c}\mathbf{q}} = [U_1^{\mathbf{c}\mathbf{q}}, U_2^{\mathbf{c}\mathbf{q}}, U_3^{\mathbf{c}\mathbf{q}}]^T$, $\mathbf{U}^{\mathbf{s}\mathbf{q}} = [U_1^{\mathbf{s}\mathbf{q}}, U_2^{\mathbf{s}\mathbf{q}}, U_3^{\mathbf{s}\mathbf{q}}]^T$), 上述求和遍历所有与磁极化存在相互作用的非零波矢 $\mathbf{q}$. 由方程 (27) 和 (28) 可知, 矢量 $\mathbf{U}^{\mathbf{q}}$ 与 $\mathbf{m}^{\mathbf{a}}$ 的分量数目依赖于傅里叶表述的阶数. 当 $n \leq 3$ 时, $\mathbf{U}^{\mathbf{q}}$ 含 $18n$ 个分量, 而 $\mathbf{m}^{\mathbf{a}}$ 含 $18n + 3$ 个分量. 因此, 手征磁体在斯格明子晶格相的平均自由能密度可表示成 $\bar{w}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{U}^{\mathbf{q}}, \mathbf{m}^{\mathbf{a}})$. 在给定温度与外磁场下, 可通过对 $\bar{w}$ 求极小值确定平衡态时 $\boldsymbol{\varepsilon}^e, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{U}^{\mathbf{q}}, \mathbf{m}^{\mathbf{a}}$ 对应的取值.

为研究独立变量之间的线性耦合, 我们对系统施加一个微扰场, 对应的线性本构关系可写为

$$d\boldsymbol{\sigma}^e = \mathbf{C}^e d\boldsymbol{\varepsilon}^e + \mathbf{h}^T d\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{\kappa}^{\mathbf{q}} d\mathbf{U}^{\mathbf{q}} + \mathbf{g}^{\text{em}} d\mathbf{m}^{\mathbf{a}}, \quad (30)$$

$$d\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} d\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{h} d\boldsymbol{\varepsilon}^e + \mathbf{g}^{\text{m}} d\mathbf{m}^{\mathbf{a}}, \quad (31)$$

$$d\mathbf{b}^{\mathbf{a}} = \boldsymbol{\mu}^{\mathbf{a}} d\mathbf{m}^{\mathbf{a}} + (\mathbf{g}^{\text{m}})^T d\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + (\boldsymbol{\xi}^{\text{m}})^T d\mathbf{U}^{\mathbf{q}} + (\mathbf{g}^{\text{em}})^T d\boldsymbol{\varepsilon}^e, \quad (32)$$

$$d\mathbf{F}^{\mathbf{q}} = \mathbf{C}^{\mathbf{q}} d\mathbf{U}^{\mathbf{q}} + (\boldsymbol{\kappa}^{\mathbf{q}})^T d\boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\xi}^{\text{m}} d\mathbf{m}^{\mathbf{a}}, \quad (33)$$

其中

$$\boldsymbol{\sigma}^e = [\sigma_{11}^e, \sigma_{22}^e, \sigma_{12}^e, \mathcal{T}^e]^T, \quad (34)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = [\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{22}, \bar{\sigma}_{33}, \bar{\tau}_{23}, \bar{\tau}_{13}, \bar{\tau}_{12}, \dots]^T, \quad (35)$$

$$\mathbf{b}^{\mathbf{a}} = [b_1, b_2, b_3, d_{111}^{\text{re}}, d_{121}^{\text{re}}, d_{131}^{\text{re}}, d_{112}^{\text{re}}, \dots, d_{133}^{\text{re}}, d_{111}^{\text{im}}, \dots, d_{133}^{\text{im}}, d_{211}^{\text{re}}, \dots]^T, \quad (36)$$

$$\mathbf{F}^{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} (-\sigma_{1l}^{\text{sq}11} q_l, -\sigma_{2l}^{\text{sq}11} q_l, -\sigma_{3l}^{\text{sq}11} q_l, \sigma_{1l}^{\text{cq}11} q_l, \sigma_{2l}^{\text{cq}11} q_l, \sigma_{3l}^{\text{cq}11} q_l, -\sigma_{1l}^{\text{sq}12} q_l, -\sigma_{2l}^{\text{sq}12} q_l, \dots, \sigma_{3l}^{\text{cq}12} q_l, -\sigma_{1l}^{\text{sq}13} q_l, \dots, \sigma_{3l}^{\text{cq}13} q_l, -\sigma_{1l}^{\text{sq}21} q_l, \dots, \sigma_{3l}^{\text{cq}23} q_l, \dots)^T, \quad (37)$$

而

$$\begin{aligned} C_{ij} &= \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{\varepsilon}_i \partial \bar{\varepsilon}_j} \right)_0, \quad h_{ij} = \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{\varepsilon}_i \partial \varepsilon_j^e} \right)_0, \quad g_{ij}^{\text{m}} = \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{\varepsilon}_i \partial m_j^{\mathbf{a}}} \right)_0, \\ C_{ij}^e &= \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_i^e \partial \varepsilon_j^e} \right)_0, \quad \kappa_{ij}^{\mathbf{q}} = \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_i^e \partial U_j^{\mathbf{q}}} \right)_0, \quad g_{ij}^{\text{em}} = \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_i^e \partial m_j^{\mathbf{a}}} \right)_0, \\ \mu_{ij}^{\mathbf{a}} &= \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_i^{\mathbf{a}} \partial m_j^{\mathbf{a}}} \right)_0, \quad \xi_{ij}^{\text{m}} = \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial U_i^{\mathbf{q}} \partial m_j^{\mathbf{a}}} \right)_0, \quad C_{ij}^{\mathbf{q}} = \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial U_i^{\mathbf{q}} \partial U_j^{\mathbf{q}}} \right)_0. \end{aligned} \quad (38)$$

方程 (34)—(37) 中定义的向量 $\boldsymbol{\sigma}^e, \bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{b}^{\mathbf{a}}, \mathbf{F}^{\mathbf{q}}$ 分别是 $\boldsymbol{\varepsilon}^e, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{U}^{\mathbf{q}}, \mathbf{m}^{\mathbf{a}}$ 对应的热力学共轭变量, 其中的 $\boldsymbol{\sigma}^e$ 分量称作层展应力分量, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ 为矢量形式的均匀弹性应力, $\mathbf{b}^{\mathbf{a}}$ 的前三个分量为均匀外磁场分量, 其他分量为周期变化的磁场的幅值, $\mathbf{F}^{\mathbf{q}}$ 的分量与外加的周期应力场有关. 而所有变量的前缀“d”表示对变量的小扰动. 方程 (30)—(33) 给出描述斯格明子晶格层展弹性变形的线性本构关系. 由这组方程可知, 均匀应力场、周期应力场、均匀磁场、周期磁场以及层展应力场均可导致斯格明子晶格的弹性变形, 而对应的线性系数矩阵可通过方程 (38) 给出的定义由平均自由能密度 $\bar{w}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{U}^{\mathbf{q}}, \mathbf{m}^{\mathbf{a}})$ 解析求得. 其中我们将 $\mathbf{C}^e$ 称为层展弹性刚度矩阵, 将 $\mathbf{h}$ 称为层展压弹系数矩阵.

考虑一种特殊情形, 即系统只受到均匀应力荷载扰动, 此时有 $d\boldsymbol{\sigma}^e = 0, d\mathbf{b}^{\mathbf{a}} = 0, d\mathbf{F}^{\mathbf{q}} = 0$. 而方

程 (30)—(33) 可简化为

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\lambda} d\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (39)$$

或者

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\lambda} (\mathbf{C}^* + \mathbf{h}^* \boldsymbol{\lambda})^{-1} d\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (40)$$

其中

$$\boldsymbol{\lambda} = -(\mathbf{C}^{\text{e**}})^{-1} (\mathbf{h}^*)^T, \quad (41)$$

而

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^* &= \mathbf{C} - \mathbf{g}^{\text{m}} (\boldsymbol{\mu}^{\mathbf{a}*})^{-1} (\mathbf{g}^{\text{m}})^T, \\ \mathbf{h}^* &= \mathbf{h} - \mathbf{g}^{\text{m}} (\boldsymbol{\mu}^{\mathbf{a}*})^{-1} (\mathbf{g}^{\text{em}*})^T, \\ \mathbf{C}^{\text{e**}} &= \mathbf{C}^{\text{e*}} - \mathbf{g}^{\text{em}*} (\boldsymbol{\mu}^{\mathbf{a}*})^{-1} (\mathbf{g}^{\text{em}*})^T, \\ \mathbf{C}^{\text{e*}} &= \mathbf{C}^e - \boldsymbol{\kappa}^{\mathbf{q}} (\mathbf{C}^{\mathbf{q}})^{-1} (\boldsymbol{\kappa}^{\mathbf{q}})^T, \\ \mathbf{g}^{\text{em}*} &= \mathbf{g}^{\text{em}} - \boldsymbol{\kappa}^{\mathbf{q}} (\mathbf{C}^{\mathbf{q}})^{-1} \boldsymbol{\xi}^{\text{m}}, \\ \boldsymbol{\mu}^{\mathbf{a}*} &= \boldsymbol{\mu}^{\mathbf{a}} - (\boldsymbol{\xi}^{\text{m}})^T (\mathbf{C}^{\mathbf{q}})^{-1} \boldsymbol{\xi}^{\text{m}}. \end{aligned} \quad (42)$$

我们将方程(41)定义的 4×6 矩阵 λ 称作层展应变率矩阵. 它表征受外力作用时, 底层材料应变与表层斯格明子晶格层展应变之间的比值.

由于从现有实验结果难以获取FeGe完整的热力学参数, 图4中给出了FeGe薄膜层展变形的实验结果^[28]与MnSi体材料层展变形的理论计算结果的对比^[62]. 在针对MnSi体材料层展弹性的计算

中发现其层展弹性性质对于外磁场的变化非常敏感. 值得注意的是, 随着外磁场的增加, MnSi内斯格明子晶格的起主导作用的层展应变率矩阵系数 λ_{ij} 均会发生“变号现象”, 也就是说, 在相同形式的外力荷载作用下, 低场下的斯格明子晶格与高场下的斯格明子晶格会表现出截然相反的层展变形模式.

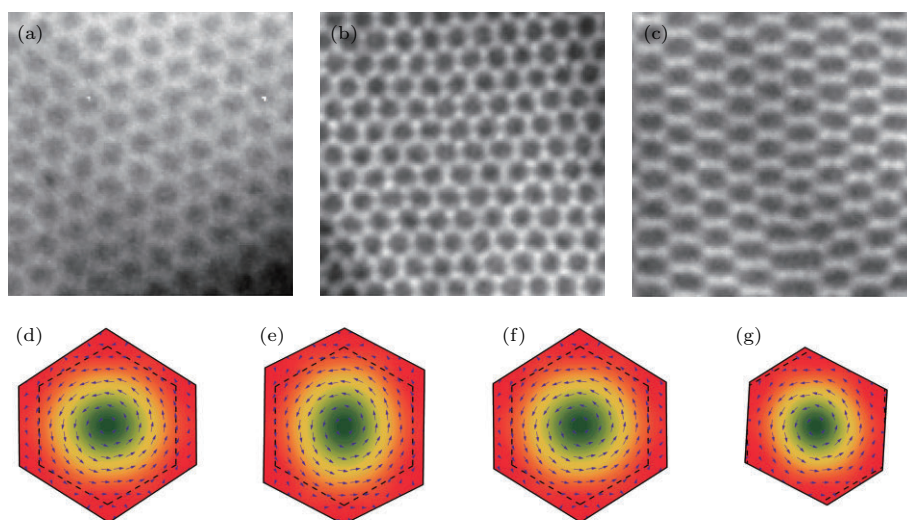


图4 (a)–(c) 洛伦兹力 TEM 观测的 FeGe 薄膜在单向拉伸前 (a), (b), 后 (c) 的斯格明子晶格^[28], 其中 (a) 观测温度 260 K, (b), (c) 观测温度 94 K; (d)–(g) 理论计算 MnSi 体材料内的斯格明子晶格在受到应力作用前 (每张小图中黑色虚线)、后 (边框实线) 的魏格纳-塞兹原胞示意图^[62], 图中背景颜色反映磁极化 z 轴分量的空间分布, 分布箭头表示反映磁极化面内分量的空间分布, 其中箭头长短表示面内极化分量大小; (d)–(f) 分别受到 x , y 以及 z 方向大小 0.02 的单向拉伸变形; (g) 受到 xy 平面内大小 0.02 的剪切变形

Fig. 4. (a)–(c) Observed Lorentz TEM images of the skyrmion lattices in FeGe film before (a), (b) and after (c) uniaxial tension^[28], the observation temperatures of (a) and (b), (c) are 260 K and 94 K, respectively; (d)–(g) theoretically calculated Wigner-Seitz cell of skyrmion lattice in bulk MnSi before (region enclosed by black dotted lines) and after (region enclosed by black full lines) stress loads^[62], the background color reflects the magnitude of z -component of magnetization, the arrows reflect the distribution and magnitude of in-plane components of magnetization; (d)–(f) uniaxial tensile deformations of 0.02 along x -, y - and z -direction; (g) shear deformation of 0.02 in xy -plane.

5 斯格明子晶格对材料力学性质的影响

由于材料的磁弹耦合效应, SkX 的存在会反过来影响带料的力学性质. 本节从两个方面分析这种影响.

5.1 斯格明子晶格的内禀弹性场及表面形貌

5.1.1 斯格明子晶格的内禀弹性场

在 4.1 节我们发现材料的磁弹耦合效应使其在不受任何外力的情况下仍然会产生应变. 由于斯格

明子晶格相的极化随空间周期分布, 产生的应变包含一部分均匀的磁致伸缩应变, 和一部分周期变化的应变^[81]. 后者对应于一个随空间周期变化的本征应变问题^[82], 其解析解由 Hu 和 Wang^[63] 给出. 由该解析解可知斯格明子晶格相对应于一个非平凡的周期应力, 因此在任意自由表面无法满足其自由边界条件. 非平凡的周期应力在自由表面的释放导致材料表面产生一个周期位移, 由此形成凹凸不平的表面形貌. Wan 等^[64] 求解了这一问题的解析解. 本小节我们简要介绍这两个问题的求解思路.

将本构方程(19)代入到平衡方程中, 同时代入小变形假设下的几何方程, 则有

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{11}u_{1,11} + \tilde{C}_{44}(u_{1,22} + u_{1,33}) + (\tilde{C}_{12} + \tilde{C}_{44})(u_{2,12} + u_{3,13}) &= X_1, \\ \tilde{C}_{11}u_{2,22} + \tilde{C}_{44}(u_{2,11} + u_{2,33}) + (\tilde{C}_{12} + \tilde{C}_{44})(u_{1,12} + u_{3,23}) &= X_2, \\ \tilde{C}_{11}u_{3,33} + \tilde{C}_{44}(u_{3,22} + u_{3,11}) + (\tilde{C}_{12} + \tilde{C}_{44})(u_{2,23} + u_{1,13}) &= X_3,\end{aligned}\quad (43)$$

$$\begin{aligned}X_1 &= \tilde{C}_{11}\varepsilon_{11,1}^* + \tilde{C}_{12}(\varepsilon_{22,1}^* + \varepsilon_{33,1}^*) + \tilde{C}_{44}(\gamma_{12,2}^* + \gamma_{13,3}^*), \\ X_2 &= \tilde{C}_{11}\varepsilon_{22,2}^* + \tilde{C}_{12}(\varepsilon_{11,2}^* + \varepsilon_{33,2}^*) + \tilde{C}_{44}(\gamma_{12,1}^* + \gamma_{23,3}^*), \\ X_3 &= \tilde{C}_{11}\varepsilon_{33,3}^* + \tilde{C}_{12}(\varepsilon_{22,3}^* + \varepsilon_{11,3}^*) + \tilde{C}_{44}(\gamma_{23,2}^* + \gamma_{13,1}^*).\end{aligned}\quad (44)$$

这里, $X_i (i = 1, 2, 3)$ 可看作由本征应变引起的体力.

假设磁极化 $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ 及位移 $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ 为空间周期函数, 表示为

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} \mathbf{m}^{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \quad \mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} \mathbf{U}^{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \quad (45)$$

当系统不受外部力学载荷时, $\mathbf{U}^{\mathbf{q}}$ 可通过求解手征磁体的本征应变问题得到

$$\mathbf{U}^{\mathbf{q}} = \mathbf{K}_{\mathbf{q}}^{-1} \mathbf{X}^{\mathbf{q}}, \quad (46)$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{q}} = - \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11}q_1^2 + \tilde{C}_{44}(q_2^2 + q_3^2) & (\tilde{C}_{11} + \tilde{C}_{44})q_1q_2 & (\tilde{C}_{11} + \tilde{C}_{44})q_1q_3 \\ (\tilde{C}_{11} + \tilde{C}_{44})q_1q_2 & \tilde{C}_{11}q_2^2 + \tilde{C}_{44}(q_1^2 + q_3^2) & (\tilde{C}_{11} + \tilde{C}_{44})q_2q_3 \\ (\tilde{C}_{11} + \tilde{C}_{44})q_1q_3 & (\tilde{C}_{11} + \tilde{C}_{44})q_2q_3 & \tilde{C}_{11}q_3^2 + \tilde{C}_{44}(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix}, \quad (47)$$

$\mathbf{X}^{\mathbf{q}}$ 由 $\mathbf{X} = [X_1, X_2, X_3]^T = \sum_{\mathbf{q}} \mathbf{X}^{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ 求得.

当系统的磁极化状态确定时, 其弹性场由方程 (46) 完全确定. SkX 或任意一种层展晶态的磁极化可表示成如方程 (14) 所示的一个傅里叶级数, 对于每一个特定的波矢 $\mathbf{q}$, 可运用方程 (43)—(47) 给出的方法求出 $\mathbf{U}^{\mathbf{q}}$, 从而最终解出对应的周期位移解. 由位移解 $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ 可求出总应变 $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$, 从而确定弹性应变 $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) - \varepsilon_{ij}^*$, 并最终通过方程 (19) 求出周期应力解. 由方程 (20), (21), (44) 可知本征应变引起的体力 $\mathbf{X}$ 是磁极化 $\mathbf{m}$ 的非线性函数, 因此位移解 $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ 和应力解包含 $\mathbf{m}$ 的高阶项. Hu 与 Wang^[63] 采取“3Q”近似描述斯格明子晶格^[12], 求解了相应的本征位移场与应力场, 发现后两者均由三个“3Q”周期场构成, 波矢模长分别为 q , $\sqrt{3}q$ 以及 $2q$, 其中 q 为极化“3Q”波矢的模长.

可以证明^[63], SkX 的本征位移解和应力解与其磁极化分布具有相同的晶格矢量及周期. 对于手征磁体, 该周期由 DM 相互作用及交换能密度决定, 而与底层原子晶格的周期无关, 这直接证明处于磁性斯格明子晶格相的材料发生了公度-非公度相变.

周期弹性场为平衡磁极化的函数, 因此会随着温度和磁场变化. 温度从 0 K 升高到临界温度时, 磁极化强度逐渐减小到零, “3Q”结构中的矢量也

会慢慢减小, 但其结构形貌几乎不发生变化. 另一方面, 本征位移场 (如图 5(a)—(d) 所示) 与应力场对外加磁场的变化很敏感. 这种变化是由于波矢模长为 q 的“3Q”本征位移场与应力场随着磁场的增加会发生“构型翻转”.

5.1.2 斯格明子晶格的表面构型

我们在 5.1.1 小节求解了体材料在斯格明子晶格相时的本征弹性场, 没有考虑表面边界条件的作用. 本小节我们考虑表面自由边界条件的影响, 研究半无限大立方螺旋磁体的弹性问题.

对于一个稳定在斯格明子晶格相的半无限大材料, 为了满足应力自由边界条件, 必须在表面施加与斯格明子引起的本征应力等大反向的面力:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{11} & \tilde{\sigma}_{12} & \tilde{\sigma}_{13} \\ \tilde{\sigma}_{12} & \tilde{\sigma}_{22} & \tilde{\sigma}_{23} \\ \tilde{\sigma}_{13} & \tilde{\sigma}_{23} & \tilde{\sigma}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{13} \\ \tilde{\sigma}_{23} \\ \tilde{\sigma}_{33} \end{bmatrix}, \quad (48)$$

其中, $\tilde{\sigma}_{i3} (i = 1, 2, 3)$ 由体材料本征应力解获得. 此时处于斯格明子晶格相的半无限大立方螺旋磁体的弹性场解可分解为两部分, 一部分为 5.1.1 小节求出的体材料本征弹性场的解, 另一部分则是在半无限大体表面施加周期面力 $\mathbf{F}$ 导致的弹性场. 对于立方晶体而言, 后者可以使用艾里应力函数法求解. 解的形式在平面内周期变化, 沿面外方向指数

衰减并伴有周期振荡。

图 5 (e)–(h) 分别表示 4 K 条件下 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 T 时总的法向位移场。如图所示, 斯格明子晶格的表面构型由具有周期排列的鼓包与谷地构成。与本征弹性场类似, 此表面构型随外磁场的变化非常敏感。

当材料中存在电流场 [21,83] 或温度梯度场 [84] 时, 斯格明子会发生运动。对于以速度 $\mathbf{v}$ 运动的斯格明子, 描述其磁极化需引入平移变换 $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r} - \mathbf{v}t$, 则有 $\mathbf{m} = \mathbf{m}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ 。相应地, 本征弹性场的解以及表面构型的解也应将 $\mathbf{r}$ 变为 $\mathbf{r} - \mathbf{v}t$ 。因此, 本征弹性场以及表面位移场随着斯格明子一起运动。如

4.2 节所述, 当材料受到力学荷载时, SkX 会产生层展变形。变形 SkX 的波矢可表达为层展应变的函数。此时, 波矢的变化直接影响本征弹性场以及表面位移场对应的波矢。也就是说, 它们随 SkX 的变形而变形。从材料力学性质的角度考虑, 这说明斯格明子的出现赋予了材料新的力学性质。反过来从斯格明子的角度考虑, 材料内禀的磁弹耦合赋予斯格明子这种磁性拓扑粒子“力学性质”。更广泛地说, 拥有更丰富多场耦合性质的材料内部产生的斯格明子将具备更多样的物理性质。类似的例子是多重铁性材料中发现的周期分布的电极化场构型 [85]。

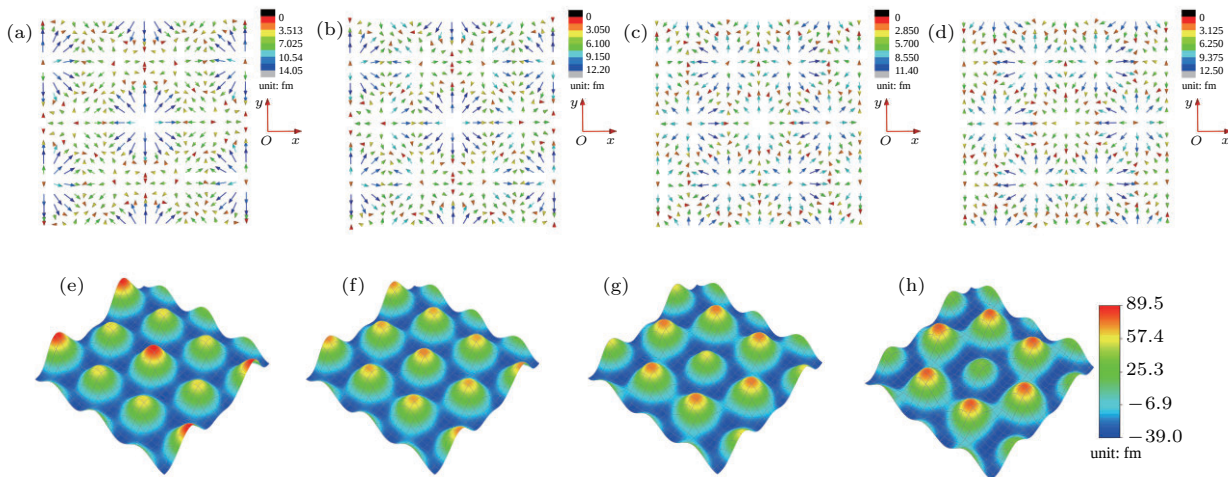


图 5 (a)–(d) MnSi 体材料内 SkX 对应的内禀周期位移场随磁场的变化图 [63], 计算温度 4 K, 磁场 (a) 0.1 T, (b) 0.2 T, (c) 0.3 T, (d) 0.4 T; (e)–(h) MnSi 处于斯格明子晶格相时的表面构型随磁场的变化 [64], 计算条件与 (a)–(d) 一一对应相同
Fig. 5. (a)–(d) Intrinsic periodic displacement fields corresponding to SkX in bulk MnSi in different magnetic field [63], the calculation temperature is 4 K, the magnetic field is (a) 0.1 T, (b) 0.2 T, (c) 0.3 T, (d) 0.4 T; (e)–(h) surface configurations of MnSi hosting skyrmion lattice phase in different magnetic field [64], the calculation conditions are the same as (a)–(d).

5.2 手征磁体材料弹性系数随磁场的变化

SkX 对材料力学性质的影响还体现在材料弹性系数在圆锥-斯格明子晶格相变以及斯格明子晶格-圆锥相变的过程中会发生跳跃, 且各个系数的变化规律各异。Hu 与 Wang [71] 基于 2, 3 节的热力学框架构建了这一问题的分析方法, 下面简述其思路。

根据热力学理论 [86], 方程 (10) 给出了系统的 Helmholtz 自由能密度, 可由此对应变求二阶偏导得出材料在给定磁极化以及温度下的弹性系数: $(\tilde{C}_{ij})_{T,m} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j}$ ($i, j = 1, 2, \dots, 6$), 其中矢量 ε 与方程 (26) 形式相同。然而实际测量材料弹性常

数的环境却是在给定外磁场以及温度的条件下进行的。因此我们需要使用雅各比变换的方法 [87] 通过 Helmholtz 自由能密度求得给定温度、磁场下的弹性系数。具体求解方法如下。

假设在约化温度 t 以及约化磁场 $\mathbf{b} = [0, 0, b_3]^T$ 作用下, 材料的平衡态是斯格明子晶格相。则磁极化可用 n 阶傅里叶表述写为 $\mathbf{m} = \mathbf{m}_{Fn}(m_{03}, c_{111}^{\text{re}}, c_{121}^{\text{re}}, c_{131}^{\text{re}}, c_{112}^{\text{re}}, \dots, c_{133}^{\text{re}}, c_{211}^{\text{re}}, \dots)$, 其中 m_{03} 的热力学共轭变量为 b_3 , 而 $c_{111}^{\text{re}}, c_{121}^{\text{re}}, c_{131}^{\text{re}}, c_{112}^{\text{re}}, \dots, c_{133}^{\text{re}}, c_{211}^{\text{re}}, \dots$ 的热力学共轭变量为 $d_{111}^{\text{re}}, d_{121}^{\text{re}}, d_{131}^{\text{re}}, d_{112}^{\text{re}}, \dots, d_{133}^{\text{re}}, d_{211}^{\text{re}}, \dots$ 。给定温度、磁场下的弹性常数可以推导为

$$(\tilde{C}_{ijkl})_{t,b_3,d_{111}^{\text{re}},\dots} = \left[\frac{\frac{\partial(\bar{\sigma}_{ij}, b_3, d_{111}^{\text{re}}, d_{121}^{\text{re}}, d_{131}^{\text{re}}, d_{112}^{\text{re}}, \dots, d_{133}^{\text{re}}, d_{111}^{\text{im}}, \dots, d_{133}^{\text{im}}, d_{211}^{\text{re}}, \dots)}{\partial(\varepsilon_{kl}, m_{03}, c_{111}^{\text{re}}, c_{121}^{\text{re}}, c_{131}^{\text{re}}, c_{112}^{\text{re}}, \dots, c_{133}^{\text{re}}, c_{111}^{\text{im}}, \dots, c_{133}^{\text{im}}, c_{211}^{\text{re}}, \dots)}}{\frac{\partial(\varepsilon_{kl}, b_3, d_{111}^{\text{re}}, d_{121}^{\text{re}}, d_{131}^{\text{re}}, d_{112}^{\text{re}}, \dots, d_{133}^{\text{re}}, d_{111}^{\text{im}}, \dots, d_{133}^{\text{im}}, d_{211}^{\text{re}}, \dots)}{\partial(\varepsilon_{kl}, m_{03}, c_{111}^{\text{re}}, c_{121}^{\text{re}}, c_{131}^{\text{re}}, c_{112}^{\text{re}}, \dots, c_{133}^{\text{re}}, c_{111}^{\text{im}}, \dots, c_{133}^{\text{im}}, c_{211}^{\text{re}}, \dots)}} \right]_{t,b_3}. \quad (49)$$

此表达式的复杂性随着傅里叶表述阶数 n 的增大而急剧升高. 对于最简单的“3Q”表述, 我们有 $\mathbf{m} = \mathbf{m}_{\text{tripleQ}}(m_0, m_{q1}, q)$, 此时上式简化为

$$(\tilde{C}_{ijkl})_{t,b_3,b_{q1}} = \left[\frac{\partial(\bar{\sigma}_{ij}, b_3, b_{q1})/\partial(\varepsilon_{kl}, m_0, m_{q1})}{\partial(\varepsilon_{kl}, b_3, b_{q1})/\partial(\varepsilon_{kl}, m_0, m_{q1})} \right]_{t,b_3}, \quad (50)$$

将 $\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial \varepsilon_{ij}}$, $b_3 = \frac{\partial \bar{w}}{\partial m_0}$ 以及 $b_{q1} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial m_{q1}}$ 代入方程(50), 有

$$(\tilde{C}_{ijkl})_{t,b_3,b_{q1},\varepsilon_{ij}=0} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} + \frac{1}{\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_0^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_{q1}^2} - \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_0 \partial m_{q1}} \right)^2} \left[\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_{ij} \partial m_0} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_0 \partial m_{q1}} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial m_{q1}} \right) - \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial m_0} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_{q1}^2} \right] + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_{ij} \partial m_{q1}} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial m_0} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_0 \partial m_{q1}} - \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial m_0^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial m_{q1}} \right). \quad (51)$$

图6给出了上述理论计算的MnSi各个弹性常数随磁场的变化曲线^[71]以及对应的实验结果. 可以看到所有参数的理论预报与实验测量定量符合.

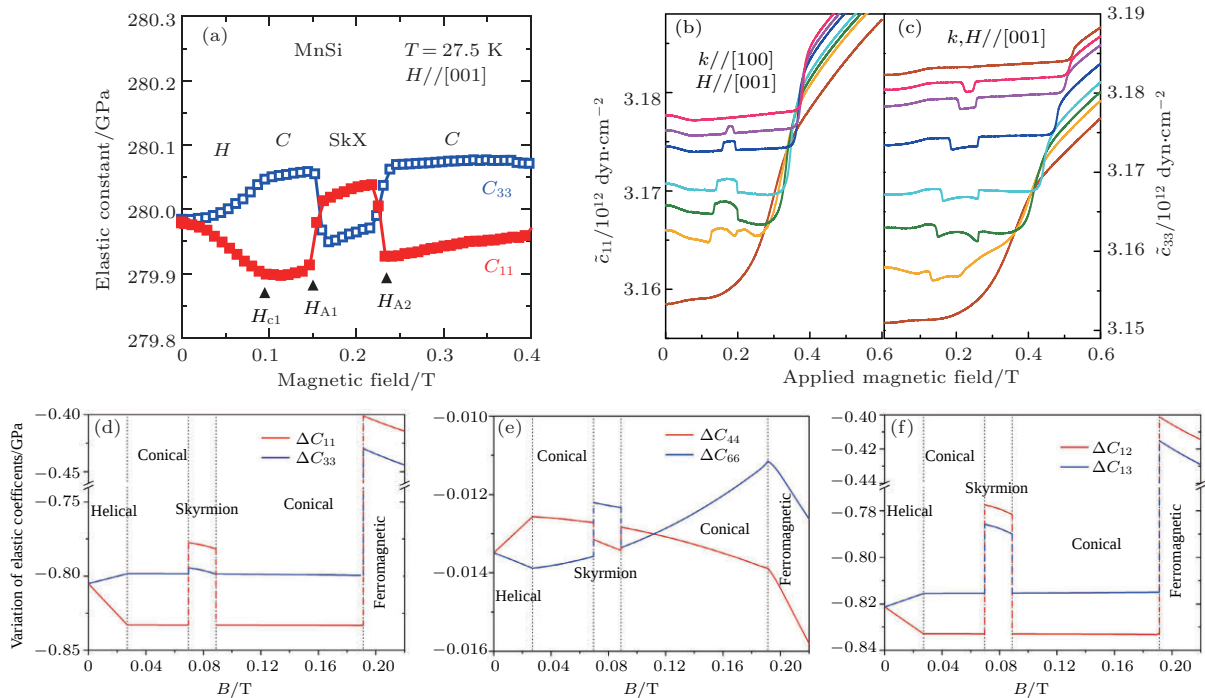


图6 MnSi弹性常数随磁场变化的实验与理论^[71]结果对比 (a) 实验测得 C_{11} 与 C_{33} 随磁场变化曲线^[39]; (b) 实验测得 C_{44} 与 C_{66} 的变化量随磁场变化曲线^[66]; (d)–(f) 理论计算的所有弹性常数变化量随磁场的变化曲线

Fig. 6. Comparison of experimental and theoretical results^[71] of the MnSi elastic coefficients varying with magnetic field: (a) Experimental measurement of C_{11} and C_{33} as a function of magnetic field^[39]; (b) experimental measurement of C_{11} and C_{33} as a function of magnetic field^[66]; (d)–(f) theoretical calculation of elastic coefficients as a function of magnetic field.

6 展 望

综上所述, 对于磁性SkX的磁弹现象及其机理的研究在近年来取得了长足的进展, 并越来越受到

关注. 然而, 现阶段这一领域的研究大多数有以下三个局限性: 1) 研究对象局限于简单的磁性斯格明子晶格; 2) 外力荷载局限于单轴拉伸; 3) 研究问题局限于静态问题. 我们认为对这三个局限的打破对应于此新兴领域的三个发展方向.

首先是研究对象的拓宽. 一方面, 导致斯格明子等手性自旋层展结构出现的DM相互作用不仅可以来源于体材料内禀的中心对称破缺, 也可以来源于表面引起的中心对称破缺. 实际上, 表面或界面导致的手性相互作用为新型手性层展结构的探索打开了一扇新的大门. 薄膜与多层结构中陆续发现大量新颖的层展自旋结构以及现象, 读者可参考相关综述深入了解^[32,88–91]. 另一方面, 磁性斯格明子并不一定只能出现在铁磁材料中. 近期人们成功地在反铁磁体^[92–95]和亚铁磁体^[96,97]中观测到斯格明子的存在, 且相应的动力学性质与铁磁材料中的斯格明子存在显著差异. 这些新型手性自旋结构是否存在与斯格明子类似的磁弹耦合现象以及是否能够通过施加外力进行调控, 是亟待研究的问题.

其次是荷载形式的多样化. 一种方式是施加造成非均匀应力场的荷载形式, 例如考虑弯曲变形对斯格明子晶格的影响, 又如考虑柱体扭转这种具有手性的变形形式对材料内部斯格明子晶格的影响. 另一种方式是考虑材料内部缺陷或微结构引起的局域弹性场对斯格明子及其晶格的影响. 对此, 实验上已经知道材料内部的缺陷不但会使运动中的斯格明子发生“钉扎”现象^[98], 更可能产生新的自旋准粒子构型^[99]乃至层展“磁单极”^[100]. 固体力学广为人知的一个结论是: 远场作用下, 缺陷周围必然出现奇异且迅速衰减的应力场. 因此, 斯格明子及其晶格与缺陷的相互作用有可能以局域化的应力、应变场为媒介, 其中物理机制的明晰对实际材料中斯格明子及其晶格的性能调控非常重要.

最后是动力学相关问题的研究, 此方面问题的探究也分为两个层次. 一是力学荷载作用下斯格明子及其晶格在电流或温度梯度等外场作用下的动力学行为. 上文已经提到, 外力作用为材料引入附加的各向异性, 从而必然导致斯格明子动力学性质乃至运动轨迹的各向异性. 基于简化的磁弹耦合泛函, Li等^[60]在此方面进行了初步理论研究. 为考虑更复杂的荷载形式以及获得更准确的定量结论, 有必要基于本文综述的磁弹耦合泛函进行深入探讨. 二是从根本上明晰斯格明子与声子等元激发的动态耦合, 探究基于弹性波或声子振动驱动斯格明子及其晶格的可能性. 在这方面, Ogawa等^[101]在实验上发现激光脉冲驱动磁泡运动时是通过耦合的声子与自旋波——称作磁弹耦合波——实现

的. Ivanov等^[69]解释中子散射实验与第一性原理计算, 证实FeSi中出现的非共线磁性相导致材料声子的重整化. Nepal等^[102]在理论上发现可以通过反向传播的表面波驱动斯格明子. 整体上说此方向的研究方兴未艾, 而这些现有的工作为我们进一步探索提供了一定思路.

参考文献

- [1] Skyrme T H R 1961 *Proc. R. Soc. Lond. A* **260** 127
- [2] Skyrme T H R 1962 *Nucl. Phys.* **31** 556
- [3] Bäuerle C, Bunkov Y M, Fisher S N, Godfrin H, Pickett G R 1996 *Nature* **382** 332
- [4] Durrer R, Kunz M, Melchiorri A 2002 *Phys. Rep.* **364** 1
- [5] Brey L, Fertig H A, Côté R, MacDonald A H 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 2562
- [6] Al Khawaja U, Stoof H 2001 *Nature* **411** 918
- [7] Roessler U K, Bogdanov A N, Pfeleiderer C 2006 *Nature* **442** 797
- [8] Dzyaloshinskii I E 1957 *JETP* **5** 1259
- [9] Moriya T 1960 *Phys. Rev.* **120** 91
- [10] Dzyaloshinskii I 1964 *JETP* **19** 960
- [11] Fert A, Levy P M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **44** 1538
- [12] Muehlbauer S, Binz B, Jonietz F, Pfeleiderer C, Rosch A, Neubauer A, Georgii R, Boeni P 2009 *Science* **323** 915
- [13] Yu X Z, Onose Y, Kanazawa N, Park J H, Han J H, Matsui Y, Nagaosa N, Tokura Y 2010 *Nature* **465** 901
- [14] Yu X Z, Kanazawa N, Onose Y, Kimoto K, Zhang W Z, Ishiwata S, Matsui Y, Tokura Y 2011 *Nat. Mater.* **10** 106
- [15] Seki S, Yu X Z, Ishiwata S, Tokura Y 2012 *Science* **336** 198
- [16] Bogdanov A N, Röblier U K 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 037203
- [17] Bode M, Heide M, von Bergmann K, Ferriani P, Heinze S, Bihlmayer G, Kubetzka A, Pietzsch O, Blügel S, Wiesendanger R 2007 *Nature* **447** 190
- [18] Schulz T, Ritz R, Bauer A, Halder M, Wagner M, Franz C, Pfeleiderer C, Everschor K, Garst M, Rosch A 2012 *Nat. Phys.* **8** 301
- [19] Onose Y, Okamura Y, Seki S, Ishiwata S, Tokura Y 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 037603
- [20] Buettner F, Moutafis C, Schneider M, Krueger B, Guenther C M, Geilhufe J, von Schmising C K, Mohanty J, Pfau B, Schaffert S, Bisig A, Foerster M, Schulz T, Vaz C A F, Franken J H, Swagten H J M, Klauui M, Eisebitt S 2015 *Nat. Phys.* **11** 225
- [21] Jonietz F, Muehlbauer S, Pfeleiderer C, Neubauer A, Muenzer W, Bauer A, Adams T, Georgii R, Boeni P, Duine R A, Everschor K, Garst M, Rosch A 2010 *Science* **330** 1648
- [22] Zang J, Mostovoy M, Han J H, Nagaosa N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 136804
- [23] Neubauer A, Pfeleiderer C, Binz B, Rosch A, Ritz R, Niklowitz P G, Boeni P 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 186602

- [24] Franz C, Freimuth F, Bauer A, Ritz R, Schnarr C, Duvinage C, Adams T, Bluegel S, Rosch A, Mokrousov Y, Pfeiderer C 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 186601
- [25] Litzius K, Lemesh I, Krueger B, Bassirian P, Caretta L, Richter K, Buettner F, Sato K, Tretiakov O A, Foerster J, Reeve R M, Weigand M, Bykova L, Stoll H, Schuetz G, Beach G S D, Klaeui M 2017 *Nat. Phys.* **13** 170
- [26] Chen G 2017 *Nat. Phys.* **13** 112
- [27] Jiang W, Zhang X, Yu G, Zhang W, Wang X, Jungfleisch M B, Pearson J E, Cheng X, Heinonen O, Wang K L, Zhou Y, Hoffmann A, te Velthuis S G E 2017 *Nat. Phys.* **13** 162
- [28] Shibata K, Iwasaki J, Kanazawa N, Aizawa S, Tanigaki T, Shirai M, Nakajima T, Kubota M, Kawasaki M, Park H S, Shindo D, Nagaosa N, Tokura Y 2015 *Nat. Nanotechnol.* **10** 589
- [29] Karube K, White J S, Reynolds N, Gavilano J L, Oike H, Kikkawa A, Kagawa F, Tokunaga Y, Ronnow H M, Tokura Y, Taguchi Y 2016 *Nat. Mater.* **15** 1237
- [30] Heinze S, von Bergmann K, Menzel M, Brede J, Kubetzka A, Wiesendanger R, Bihlmayer G, Bluegel S 2011 *Nat. Phys.* **7** 713
- [31] Huang S X, Chien C L 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 267201
- [32] Jiang W, Chen G, Liu K, Zang J, te Velthuis S G E, Hoffmann A 2017 *Phys. Rep.: Rev. Sect. Phys. Lett.* **704** 1
- [33] Yu X, DeGrave J P, Hara Y, Hara T, Jin S, Tokura Y 2013 *Nano Lett.* **13** 3755
- [34] Du H, DeGrave J P, Xue F, Liang D, Ning W, Yang J, Tian M, Zhang Y, Jin S 2014 *Nano Lett.* **14** 2026
- [35] Du H, Ning W, Tian M, Zhang Y 2013 *Phys. Rev. B* **87** 014401
- [36] Du H, Che R, Kong L, Zhao X, Jin C, Wang C, Yang J, Ning W, Li R, Jin C, Chen X, Zang J, Zhang Y, Tian M 2015 *Nat. Commun.* **6** 8504
- [37] Adams T, Muehlbauer S, Pfeiderer C, Jonietz F, Bauer A, Neubauer A, Georgii R, Boeni P, Keiderling U, Everschor K, Garst M, Rosch A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 217206
- [38] Hu Y 2017 arXiv:1702.01059v2
- [39] Nii Y, Kikkawa A, Taguchi Y, Tokura Y, Iwasa Y 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 267203
- [40] Cevey L, Wilhelm H, Schmidt M, Lortz R 2013 *Phys. Status Solidi B: Basic Solid State Phys.* **250** 650
- [41] Lobanova I I, Glushkov V V, Sluchanko N E, Demishev S V 2016 *Sci. Rep.* **6** 22101
- [42] Nakajima T, Oike H, Kikkawa A, Gilbert E P, Booth N, Kakurai K, Taguchi Y, Tokura Y, Kagawa F, Arima T H 2017 *Sci. Adv.* **3** e1602562
- [43] Butenko A B, Leonov A A, Roessler U K, Bogdanov A N 2010 *Phys. Rev. B* **82** 052403
- [44] Wilson M N, Butenko A B, Bogdanov A N, Monchesky T L 2014 *Phys. Rev. B* **89** 094411
- [45] Zhang S S L, Phatak C, Petford-Long A K, Heinonen O G 2017 *Appl. Phys. Lett.* **111** 242405
- [46] Chen J, Cai W P, Qin M H, Dong S, Lu X B, Gao X S, Liu J M 2017 *Sci. Rep.* **7** 7392
- [47] Fobes D M, Luo Y, Leon-Brito N, Bauer E D, Fanelli V R, Taylor M A, DeBeer-Schmitt L M, Janoschek M 2017 *Appl. Phys. Lett.* **110** 192409
- [48] Nii Y, Nakajima T, Kikkawa A, Yamasaki Y, Ohishi K, Suzuki J, Taguchi Y, Arima T, Tokura Y, Iwasa Y 2015 *Nat. Commun.* **6** 8539
- [49] Chacon A, Bauer A, Adams T, Rucker F, Brandl G, Georgii R, Garst M, Pfeiderer C 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 267202
- [50] Deutsch M, Makarova O L, Hansen T C, Fernandez-Diaz M T, Sidorov V A, Tsvyashchenko A V, Fomicheva L N, Porcher F, Petit S, Koepf K, Rößler U K, Mirebeau I 2014 *Phys. Rev. B* **89** 180407
- [51] Deutsch M, Bonville P, Tsvyashchenko A V, Fomicheva L N, Porcher F, Damay F, Petit S, Mirebeau I 2014 *Phys. Rev. B* **90** 144401
- [52] Wu H C, Chandrasekhar K D, Wei T Y, Hsieh K J, Chen T Y, Berger H, Yang H D 2015 *J. Phys. Appl. Phys.* **48** 475001
- [53] Ritz R, Halder M, Franz C, Bauer A, Wagner M, Bamler R, Rosch A, Pfeiderer C 2013 *Phys. Rev. B* **87** 134424
- [54] Levatic I, Popcevic P, Surija V, Kruchkov A, Berger H, Magrez A, White J S, Ronnow H M, Zivkovic I 2016 *Sci. Rep.* **6** 21347
- [55] Karhu E, Kahwaji S, Monchesky T L, Parsons C, Robertson M D, Maunders C 2010 *Phys. Rev. B* **82** 184417
- [56] Karhu E A, Roessler U K, Bogdanov A N, Kahwaji S, Kirby B J, Fritzsch H, Robertson M D, Majkrzak C F, Monchesky T L 2012 *Phys. Rev. B* **85** 094429
- [57] Ghimire N J, McGuire M A, Parker D S, Sales B C, Yan J Q, Keppens V, Koehler M, Latture R M, Mandrus D 2012 *Phys. Rev. B* **85** 224405
- [58] Liu Y, Lei N, Zhao W, Liu W, Ruotolo A, Braun H B, Zhou Y 2017 *Appl. Phys. Lett.* **111** 022406
- [59] Chen G, N' Diaye A T, Kang S P, Kwon H Y, Won C, Wu Y, Qiu Z Q, Schmid A K 2015 *Nat. Commun.* **6** 6598
- [60] Li Z, Zhang Y, Huang Y, Wang C, Zhang X, Liu Y, Zhou Y, Kang W, Koli S C, Lei N 2017 *J. Magn. Magn. Mater.* **455** 19
- [61] Kang S P, Kwon H Y, Won C 2017 *J. Appl. Phys.* **121** 203902
- [62] Hu Y, Wang B 2017 ArXiv:1608.04840v4
- [63] Hu Y, Wang B 2016 *Sci. Rep.* **6** 30200
- [64] Wan X, Hu Y, Wang B 2018 *J. Phys.: Condens. Matter* **30** 245001
- [65] Petrova A E, Stishov S M 2009 *J. Phys. Condens. Matter* **21** 196001
- [66] Petrova A E, Stishov S M 2015 *Phys. Rev. B* **91** 214402
- [67] Luo Y, Lin S, Leroux M, Wakeham N, Fobes D M, Bauer E D, Betts J B, Thompson J D, Migliori A, Janoschek M, Maiorov B 2017 ArXiv:1711.08873
- [68] Zhang X X, Nagaosa N 2017 *New J. Phys.* **19** 043012
- [69] Ivanov A, Lamago D, Goering E, Weber F, Löhneysen H v, Mignot J M, Wang L, Steffens P, Heid R, Krannich S, Keller T, Sidis Y 2015 *Nat. Commun.* **6** 8961

- [70] Watanabe H, Parameswaran S A, Raghu S, Vishwanath A 2014 *Phys. Rev. B* **90** 045145
- [71] Hu Y, Wang B 2017 *New J. Phys.* **19** 123002
- [72] Kittel C 1949 *Rev. Mod. Phys.* **21** 541
- [73] Plumer M L, Walker M B 1982 *J. Phys. C: Solid State Phys.* **15** 7181
- [74] Bak P, Jensen M H 1980 *J. Phys. C: Solid State Phys.* **13** L881
- [75] Schuette C, Iwasaki J, Rosch A, Nagaosa N 2014 *Phys. Rev. B* **90** 174434
- [76] Yu X Z, Tokunaga Y, Kaneko Y, Zhang W Z, Kimoto K, Matsui Y, Taguchi Y, Tokura Y 2014 *Nat. Commun.* **5** 3198
- [77] Wang W, Zhang Y, Xu G, Peng L, Ding B, Wang Y, Hou Z, Zhang X, Li X, Liu E, Wang S, Cai J, Wang F, Li J, Hu F, Wu G, Shen B, Zhang X X 2016 *Adv. Mater.* **28** 6887
- [78] Nayak A K, Kumar V, Ma T, Werner P, Pippel E, Sahoo R, Damay F, Rößler U K, Felser C, Parkin S 2017 *Nature* **548** 561
- [79] Johnson M T, Bloemen P J H, den Broeder F J A, de Vries J J 1996 *Rep. Prog. Phys.* **59** 1409
- [80] Born M, Huang K 1998 *Dynamical Theory of Crystal Lattices* (Oxford: Oxford University Press)
- [81] Walker M B 1980 *Phys. Rev. Lett.* **44** 1261
- [82] Mura T 1982 *Micromechanics of Defects in Solids* (Netherlands: Springer)
- [83] Schulz T, Ritz R, Bauer A, Halder M, Wagner M, Franz C, Pfeleiderer C, Everschor K, Garst M, Rosch A 2012 *Nat. Phys.* **8** 2231
- [84] Kong L, Zang J 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 067203
- [85] Seki S, Ishiwata S, Tokura Y 2012 *Phys. Rev. B* **86** 060403
- [86] Line M E, Glass A M 1977 *Principles and Applications of Ferroelectrics and Related Materials* (Oxford: Clarendon Press)
- [87] Landau L D, Lifshitz E M 1980 *Statistical Physics* (Part 1) (Oxford: Butterworth-Heinemann)
- [88] Wiesendanger R 2016 *Nat. Rev. Mater.* **1** 16044
- [89] Hellman F, Hoffmann A, Tserkovnyak Y, Beach G S D, Fullerton E E, Leighton C, MacDonald A H, Ralph D C, Arena D A, Dürr H A, Fischer P, Grollier J, Heremans J P, Jungwirth T, Kimel A V, Koopmans B, Krivorotov I N, May S J, Petford-Long A K, Rondinelli J M, Samarth N, Schuller I K, Slavin A N, Stiles M D, Tchernyshyov O, Thiaville A, Zink B L 2017 *Rev. Mod. Phys.* **89** 025006
- [90] Fert A, Reyren N, Cros V 2017 *Nat. Rev. Mater.* **2** 17031
- [91] Kang W, Huang Y, Zhang X, Zhou Y, Zhao W 2016 *Proc. IEEE* **104** 2040
- [92] Barker J, Tretiakov O A 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 147203
- [93] Zhang X, Ezawa M, Zhou Y 2016 *Phys. Rev. B* **94** 064406
- [94] Göbel B, Mook A, Henk J, Mertig I 2017 *Phys. Rev. B* **96** 060406
- [95] Zhang X, Zhou Y, Ezawa M 2016 *Sci. Rep.* **6** 24795
- [96] Kim S K, Lee K J, Tserkovnyak Y 2017 *Phys. Rev. B* **95** 140404
- [97] Tanaka M, Sumitomo S, Adachi N, Honda S, Awano H, Mibu K 2017 *AIP Adv.* **7** 055916
- [98] Hanneken C, Kubetzka A, von Bergmann K, Wiesendanger R 2016 *New J. Phys.* **18** 055009
- [99] Rybakov F N, Borisov A B, Bluegel S, Kiselev N S 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 117201
- [100] Milde P, Koehler D, Seidel J, Eng L M, Bauer A, Chacon A, Kindervater J, Muehlbauer S, Pfeleiderer C, Buhrandt S, Schuette C, Rosch A 2013 *Science* **340** 1076
- [101] Ogawa N, Koshibae W, Beekman A J, Nagaosa N, Kubota M, Kawasaki M, Tokura Y 2015 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **112** 8977
- [102] Nepal R, Güngördü U, Kovalev A A 2017 ArXiv:1711.03041

SPECIAL TOPIC — Magnetic skyrmions

Magnetoelastic phenomena and mechanisms of magnetic skyrmion crystal^{*}Hu Yang-Fan[†] Wan Xue-Jin Wang Biao[‡]

(Sino-French Institute of Nuclear Engineering and Technology, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China)

(Received 1 February 2018; revised manuscript received 31 March 2018)

Abstract

Recently, a novel two-dimensional spin structure with non-trivial topological properties, called magnetic skyrmion, has been found in many chiral magnets. In most cases, magnetic skyrmions assemble spontaneously and form a lattice structure, called magnetic skyrmion crystal (SkX). SkX, as a novel macroscopic magnetic phase, may interact with different types of external fields through the intrinsic multi-field coupling of the material, resulting in many peculiar physical phenomena. It is found that due to the intrinsic magnetoelastic coupling of chiral magnets, SkX not only influences the mechanical properties of the materials, but also has “emergent elastic properties” when subjected to external forces. In this review, we first introduce and categorize various types of SkX-related magnetoelastic phenomena, and then introduce a unified theoretical framework to analyze these magnetoelastic phenomena. Specifically, we establish the Landau-Ginzburg free energy functional with a comprehensive description of the magnetoelastic effect for B20 chiral magnets obtained through symmetry analysis, and prove that SkX should be described by a Fourier series due to its wave nature. We show quantitative agreement between theoretical results and experimental results for three types of phenomena: 1) the temperature-magnetic field phase diagrams of MnSi suffering uniaxial compression, it is found that uniaxial compression in the direction $[0, 0, 1]^T$ constricts the stable region of the skyrmion phase in the phase diagram, while uniaxial compression in the direction $[1, 1, 0]^T$ extends the stable region of the skyrmion phase in the phase diagram; 2) the emergent elastic behavior of SkX, it is found that this property derives from the magnetoelastic effect of the underlying material, and the linear constitutive equation (with coefficient matrix λ) which determines the emergent deformation of SkX, is briefly introduced; 3) the variations of elastic coefficients C_{11} , C_{33} , C_{44} , and C_{66} with the external magnetic field for MnSi, and the predictions of the variation of C_{12} and C_{13} are provided by the theory. Based on the theoretical framework, the analytical solutions of the eigenstrain problems for chiral magnets hosting SkX and the surface configuration of SkX in a half-space magnet are introduced. In this process, we show how to use the theoretical framework to deal with different problems. Finally, we make a summary and suggest several directions for the future development of this field.

Keywords: skyrmion crystal, chiral magnet, magnetoelastic coupling, emergent elasticity**PACS:** 62.20.de, 75.10.-b, 75.80.+q**DOI:** 10.7498/aps.67.20180251

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11772360, 11302267, 11472313, 11572355) and Pearl River Nova Program of Guangzhou, China (Grant No. 201806010134).

[†] Corresponding author. E-mail: huyf3@mail.sysu.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: wangbiao@mail.sysu.edu.cn