

预报复合材料热膨胀系数的细观力学模型

石连升 (哈尔滨理工大学) 刘红兵 (吉林市政工程公司) 王 彪 (哈尔滨工业大学)

摘 要 建立了一种细观力学模型用于预报复合材料的有效热膨胀系数。利用该一模型计算热膨胀系数无需对复合材料进行热应力分析,仅需知道在某一相关外力场作用下,其组分相内部的平均应力场问题即可解决。作为示例,本文得到了层合板及晶须增强金属基复合材料有效热膨胀系数的计算公式。

关键词 复合材料;热膨胀系数;细观模型

分类号 TB323

根据组分材料的热膨胀性能及其微观结构预报复合材料的宏观等效热膨胀系数一直是细观力学一个重要的研究课题,并取得了一定的成果^[1-3]。但由于热膨胀系数的计算首先需要计算在温度场作用下耦合产生的内应力场,致使问题变得十分复杂。考虑到在实际工程中,人们一般已知道,或者可以较为容易地计算得到某一类复合材料在外力场作用下,其组分相中平均应力场的分布,尤其是利用有限元等分析手段,既使对于较为复杂结构的复合材料应力场的计算也比较容易。因此,若根据力场的计算而不必考虑温度场的耦合作用,即可直接预报复合材料的有效热膨胀系数,这将给广大工程技术人员带来极大的方便。通过本文的分析业已得到证实,并建立了复合材料的热膨胀系数同组分相中的平均应力场之间的关系,从而求得了层合板及晶须增强金属基复合材料热膨胀系数计算的显函数表达式。

1 解析表达式

首先考查以下两种外部加载环境:(1)复合材料试件所处的环境温度升高 θ 度,而外部边界不受任何应力作用。由于复合材料组分相(如纤维和

基体)的热膨胀系数不同,将在材料内部耦合产生一个应力场 σ_{ij}^T (2)复合材料试件所处的环境温度场保持不变,若受一机械载荷 σ_{ij}^0 作用,则在材料内部产生的应力场及应变场分别为 σ_{ij} 及 ϵ_{ij} 。根据 Gauss 定理,可得到如下积分:

$$\int X_j^T \epsilon_{ij}^T dv = \int \epsilon_{ij}^T n_j u ds - \int \epsilon_{ij}^T, j u dv$$

式中, n_j 为材料表面单位法向矢量; u 为在 σ_{ij}^0 作用下材料中的位移场; S 为材料表面积; V 为材料的体积, j 表示对 X_j 求导。由于 σ_{ij}^T 是自平衡内应力,在边界 S 上为零,而式(1)右边的第二项 $\sigma_{ij}^T, j = 0$ 。因此,该式的积分为零。

再考查如下积分:

$$\int \epsilon_{ij} \epsilon_{ij}^X dV = \int_{V_1}^{(1)} X_j^X \epsilon_{ij}^{(1)} dV + \int_{V_2}^{(2)} X_j^X \epsilon_{ij}^{(2)} dV \quad (2)$$

式中, ϵ_{ij}^X 为由温度场的变化 θ 而产生的内应变场; V_1 、 V_2 分别为材料的二个组分相(1)及(2)所占的区域。利用材料组分相的弹性常数可以将内应变场表示成

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^{T(1)} &= B_{kl}^{(1)} \sigma_{kl}^{T(1)} + a_j^{(1)} \theta_j; \\ \epsilon_{ij}^{T(2)} &= B_{kl}^{(2)} \sigma_{kl}^{T(2)} + a_k^{(2)} \theta \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $B_{kl}^{(1)}$ 、 $B_{kl}^{(2)}$ 分别为二个组分相的柔度张量; $a_j^{(1)}$ 、 $a_j^{(2)}$ 分别为二个组分相的热膨胀系数张量。作为一般情况,式(13)考虑到某些组分材料热膨胀性能可能是各向异性的,将式(3)代入式(2)中,得

收稿日期: 1996-04-12

联系人: 王彪,哈工大复合材料研究室

到

$$\int_v \sigma_{ij} \epsilon_{ij}^T dV = \int_{v_1} \sigma_{ij}^{(1)} (B_{ij}^{(1)} \sigma_{kk}^{(1)} + a_{ij}^{(1)} \theta) dV + \int_{v_2} \sigma_{ij}^{(2)} (B_{ij}^{(2)} \sigma_{kk}^{(2)} + a_{ij}^{(2)} \theta) dV$$

$$= \int_{v_1} \epsilon_{ij}^{T(1)} \sigma_{kk}^{(1)} dV + \int_{v_2} \epsilon_{ij}^{T(2)} \sigma_{kk}^{(2)} dV + a_{ij}^{(1)} \int_{v_1} \sigma_{ij}^{(1)} dV + a_{ij}^{(2)} \int_{v_2} \sigma_{ij}^{(2)} dV \quad (4)$$

利用式 (1) 等于零的结论, 可以发现式 (4) 中前二项之和等于零, 即

$$\int_v \sigma_{ij} \epsilon_{ij}^T dV = a_{ij}^{(1)} \int_{v_1} \sigma_{ij}^{(1)} dV + a_{ij}^{(2)} \int_{v_2} \sigma_{ij}^{(2)} dV \quad (5)$$

方程 (5) 两边除以试件的体积 V , 可以得到^[4]

$$\langle \epsilon_{ij} \rangle \langle X_{ij}^* \rangle = [C_1 a_{ij}^{(1)} \langle \sigma_{ij}^{(1)} \rangle + C_2 a_{ij}^{(2)} \langle \sigma_{ij}^{(2)} \rangle] \beta \quad (6)$$

式中, $\langle \cdot \rangle$ 表示体平均值, 并且 $\langle a_{ij} \rangle = \sigma_{ij}^0$, 则

$$\langle X_{ij}^* \rangle = a_{ij}^* \theta \quad (7)$$

a_{ij}^* 为复合材料的热膨胀系数; C_1, C_2 分别为二个组分相所占的体积含量。 $\langle \sigma_{ij}^{(1)} \rangle, \langle \sigma_{ij}^{(2)} \rangle$ 分别为外载 σ_{ij}^0 作用下在复合材料二个组分相中产生的平均应力场, 属于 σ_{ij}^0 的线性函数。 将式 (7) 代入式 (6) 中, 可以得到有效热膨胀系数同复保材料组分相中平均应力场之间的关系:

$$a_{ij}^* \epsilon_{ij}^0 = C_1 a_{ij}^{(1)} \langle \epsilon_{ij}^{(1)} \rangle + C_2 a_{ij}^{(2)} \langle \epsilon_{ij}^{(2)} \rangle$$

$$= a_{ij}^{(2)} \epsilon_{ij}^0 + (a_{ij}^{(1)} - a_{ij}^{(2)}) C_1 \langle \epsilon_{ij}^{(1)} \rangle \quad (8)$$

在导出式 (8) 时, 利用了如下关系式:

$$\epsilon_{ij}^0 = C_1 \langle \epsilon_{ij}^{(1)} \rangle + C_2 \langle \epsilon_{ij}^{(2)} \rangle \quad (9)$$

若组分材料的热膨胀性能是各向同性的, 即

$$\epsilon_{ij}^{(1)} = a_1 W_{ij}; \quad a_{ij}^{(2)} = a_2 W_{ij} \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (8) 中, 可以得到

$$a_{ij}^* = a_2 \epsilon_{ij}^0 + (a_1 - a_2) C_1 \langle \epsilon_{kk}^{(1)} \rangle \quad (11)$$

式中, σ_{kk}^0 为体应力。 由式 (11) 可以发现, 为计算复合材料的有效热膨胀系数 a_{ij}^* , 只需计算得到复合材料在某一机械应力 σ_{ij}^0 作用下, 任一组分相内部 (如夹杂中) 的平均应力场 $\langle \sigma_{ij}^{(1)} \rangle$ 。

2 复保材料层合板热膨胀系数的预报公式

为了便于导出预报公式, 研究纤维正交铺设的复合材料层合板。 设图 1 为该复合材料层合板单元示意图。 沿纤维方向单层的拉伸弹性模量为 E_L , 泊松系数为 γ_L ; 沿垂直于纤维方向的拉伸模量为 E_T , 泊松系数为 γ_T 。 0° 度层及 90° 度层可以

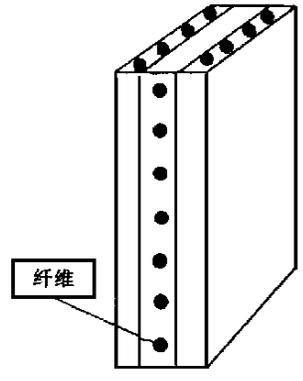


图 1 复合材料层合板单元
Fig. 1 Composite laminate element

认为是组成复保材料的两相材料, 其热膨胀系数分别为 a_L 及 a_T , 0° 度层的数目为 n_L , 90° 度层的数目为 n_T 。 考虑复合材料层合板沿 0° 方向受一单向拉伸载荷 σ_0 作用, 于是, 沿 0° 方向各类单层所产生的应变相同, 并可以表示为

$$\epsilon_L = \sigma_0 / [\frac{n_L}{n_L + n_T} E_L + \frac{n_T}{n_L + n_T} E_T] \quad (12)$$

由此, 0° 层中沿纤维方向的应力为

$$\sigma_L = E_L \sigma_0 / [\frac{n_L}{n_L + n_T} E_L + \frac{n_T}{n_L + n_T} E_T] \quad (13)$$

若进一步认为纵向及横向的泊构比相同, 则

$$\sigma_T = 0 \quad (14)$$

将式 (13) 和式 (14) 代入式 (11) 中, 可以得到沿纵向的有效热膨胀系数 a_L^* ,

$$a_L^* = a_T + (a_L - a_T) \frac{n_L}{n_L + n_T} E_L / [\frac{n_L}{n_L + n_T} E_L + \frac{n_T}{n_L + n_T} E_T] \quad (15)$$

3 晶须增强金属基复合材料热膨胀系数公式

图 2 为晶须增强金属基复合材料单元意图, 笔者的工作^[5]业已证明, 随机方位晶须增强复合材料热膨胀系数与相同体积含量的球形夹杂增强复合材料的热膨胀系数十分相近, 因此可以利用含球形夹杂的分析结果作为随机方位晶须增强复合材料热膨胀系数的计算公式。 首先研究在三向等轴拉力 $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = P$ 作用下, 夹杂内部的平

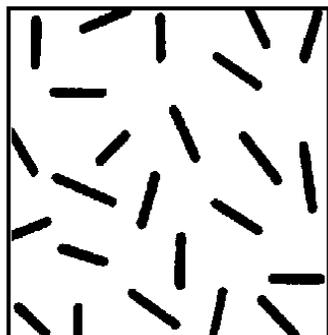


图 2 晶须增强金属基复合材料

Fig. 2 Whisker reinforced composite

均应力场 σ_{kk}^I 。根据 Mura^[4] 研究的结果,可以计算得到

$$\langle \sigma_{kk}^I \rangle = \frac{3K_1}{K} \times \frac{4\mu + 3K}{4\mu + 3K_1} P \quad (16)$$

式中, K_1 为晶须的体积模量; K, μ 分别为基体的体积模量及剪切模量。将式 (16) 代入式 (11) 中,可以得到

$$3\alpha^* = 3\alpha_2 + 3(\alpha_1 - \alpha_2) C_1 \frac{K_1}{K} \times \frac{4\mu + 3K}{4\mu + 3K_1} \quad (17)$$

式中, α_1, α_2 分别为晶须及基体的热膨胀系数; C_1 为晶须的体积含量。据此,复合材料的有效热膨胀

系数为

$$\alpha^* = \alpha_2 + C_1(\alpha_1 - \alpha_2) \frac{K_1}{K} \frac{4\mu + 3K}{4\mu + 3K_1} \quad (18)$$

值得说明的是,式 (18) 没有考虑到晶须之间的相关作用,故该式仅适用于晶须含量较小的情况。若考虑到晶须之间的相关性,热膨胀系数将不是晶须体积分量的线性函数。

4 结论

本文所建立的一细观力学模型用于预报复合材料的有效热膨胀系数。其特点主要是无需对耦合热应力场时行计算。只需首先计算在外力场作用下,材料内部组分相中的平均应力场即可预报复合材料的有效热膨胀系数。

参 考 文 献

- 1 Takao Y, et al. ASME J. Appl. Mech., 1982, 49: 508
- 2 Arsenault R J, et al. Acta Metal., 1985, 35: 806
- 3 王彪. 随机夹杂理论: 哈尔滨工业大学博士论文, 1988
- 4 Mura T. Micromechanics of Defects in Solids, Martinus Nijhoff. The Hague, 1982
- 5 Wang Biao. ASME J. Appl. Mech., 1990, 57(4): 525

A Micromechanical Model for Predicting the Thermal Expansion Coefficient of Composite Materials

Shi Liansheng

Liu Hongbing

Wang Biao

(Harbin Polytechnical University)

(Jilin Municipal Engineering Company)

(Harbin Institute of Technology)

Abstract

A micromechanical model was proposed to predict the thermal expansion coefficient of composite. If the average stress field in one constituent phase under the action of external load is known, the model can predict the thermal expansion coefficient without the need to consider the thermal stress. As an example, the equation for thermal expansion coefficient of the laminate and the metal matrix composite were derived.

Key words Composite; thermal expansion; micromechanical model