

相变增韧陶瓷问题中的随机介质计算方法*

哈尔滨理工大学工业技术学院

石连升

哈尔滨工业大学

王彪

摘要: 本文提出了相变增韧问题新的计算方法,认为裂纹尖端是由许多随机分布的相变粒子所包围。首先求得了单独一个相变粒子存在对裂纹尖端应力强度因子的影响,进而利用统计分析方法,得到了由于许多随机分布的相变粒子的存在引起的应力强度因子的改变,

这一改变可表示为:

$$\Delta K = \frac{EC_f \theta^T \sqrt{a}}{3 \sqrt{2\pi} (1-\gamma)_f} \left(\frac{H}{a} \right) \quad (1)$$

式中: a 是相变粒子的半径, H 是相变区的半宽度, $f(H/a)$ 是关于 H/a 的一增函数, θ^T 是体膨胀相变应变, E 和 γ 分别为陶瓷材料的模量及泊松系数。

一、引言

众所周知,利用裂纹尖端的二氧化锆粒子发生的马氏体相变,可以在很大程度上提高一些陶瓷的断裂韧性。这主要是由于二氧化锆粒子在应力诱发下从四方到单斜晶系的马氏体相变过程中,伴随有一定量的体积膨胀及剪切变形,会在裂纹尖端产生一残余应力场,从而降低裂纹尖端的应力强度因子,提高陶瓷材料的断裂韧性。

八十年代初, McMeeking and Evans (1982) 利用权函数的方法计算了由于裂纹尖端相变区的存在而引起的应力强度因子的变化量。Budiansky (1983) 利用能量平衡的方法也得到了相同的结论: (1) 裂纹处于静止情况下,相变区的存在对裂纹的开裂韧性无影响。(2) 随着裂纹的稳态扩展,相变区的存在将逐渐提高裂纹继续开裂的韧性,从而使材料的韧性呈现出 R-阻力曲线的性质,如果忽略相变变形的剪切分量,并进而假定体膨胀相变由体积应力所诱发,应力强度因子改变的稳态值为:

$$\Delta K = -0.22 \frac{EC_f \theta^T}{(1-\gamma)} \sqrt{H} \quad (2)$$

以上的这些工作都没有将相变粒子当成离散的第二相来考虑,而是将整个相变区域当成一种具有相变应变为 $C_f \theta^T$ 的均匀材料,因此这些方法也被称为连续介质的方法。本文认为裂纹尖端是被许多随机分布的相变粒子所包围,并进而利用统计学的分析方法,得到了这些相变粒子引起的应力强度因子的改变。同上述的方法相对应,我们称这一方法为随机介质方法。本文证明了,当相变粒子的尺寸同相变区的尺寸相比趋于无限小时,本文提出的方法同连续介质的方法得到相同的结论。

二、一般理论

考虑一无限大弹性体中含一半平面裂纹。裂纹尖端被许多随机分布的球形相变粒子所包围,而且每个相变粒子具有相同的相变应变 ϵ^T 。根据权函数理论 (Gao, 1989), 单独一个相变粒子所引起的应力强度因子的变化为:

$$\Delta K(z') = \int_V h_{II}(x, y, z-z') C_{f,II} \epsilon^T dx dy dz \quad (3)$$

* 本项工作得到了国家自然科学基金的资助

式中 $h_{ij}(x, y, z-z')$ 是三维权函数, $C_{i,j}$, v_p 是一个相变粒子所占有的区域。如果仅考虑体膨胀相变应变, 即:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3} \theta^T \delta_{ij} \quad (4)$$

通过 (3) 式, 可以得到一个相变粒子引起的 I 型应力强度因子的改变为:

$$\Delta K_I(z') = \frac{4\mu(1+\gamma)}{3} \int_{v_p} P(x, y, z-z') \theta^T dx dy dz \quad (5)$$

式中 μ 是剪切模量, 并且

$$P(x, y, z-z') = \frac{\cos(\Phi/2) [1-8(\rho^2/R^2)\sin^2(\Phi/2)]}{2(1-\gamma)(2\pi)^{3/2}R^2\rho^{1/2}} \quad (6)$$

式中: $R^2 = x^2 + y^2 + (z-z')^2$, ρ , Φ 分别为圆点在裂纹尖端 $x-y$ 平面上的极坐标。

如果在裂纹尖端的相变区中随机分布有 N 个相变粒子, 其引起的应力强度因子的改变可表示成:

$$\Delta K_I = \sum_{i=1}^N \Delta K_{Ii} = \sum_{i=1}^N \frac{4\mu(1+\gamma)}{3} \int_{v_{pi}} P(x, y, z-z') \theta^T dx dy dz \quad (7)$$

因为相变粒子的数目及其位置均为随机变量, 这样 ΔK_I 也是随机变量, 它的均值可根据作者以前的工作 (Wang, 1990) 求得:

$$\langle \Delta K_I \rangle = \frac{4\mu(1+\gamma)}{3} \int_v \lambda(\bar{r}) \bar{d}\bar{r} \int_{v(\bar{r})} P(x, y, z-z') \theta^T dx dy dz \quad (8)$$

式中: v 是整个相变区域, $v(\bar{r})$ 为以 \bar{r} 为中心的一个相变粒子所占的区域, $\lambda(\bar{r})$ 为相变粒子的数目分布。

如果假设相变粒子是球形, 利用球形区域积分的近似公式, 可以得到:

$$\langle \Delta K_I \rangle = \frac{4\mu(1+\gamma)}{3} \theta^T \int_{v_0} C_i(x_0, y_0, z_0) \left\{ \frac{2}{5} P(x_0, y_0, z_0-z') + \frac{1}{10} [P(x_0+a, y_0, z_0-z') + P(x_0-a, y_0, z_0-z') + P(x_0, y_0+a, z_0-z') + P(x_0, y_0-a, z_0-z') + P(x_0, y_0, z_0+a-z') + P(x_0, y_0, z_0-a-z')] \right\} dx_0 dy_0 dz_0 \quad (9)$$

式中: $C_i(x_0, y_0, z_0)$ 是相变粒子体积分量的分布函数。

从式 (9) 可以证明, 当粒子半径趋于无穷小时, (9) 式得到的结果同 McMeeking and Evans 的结果相同。

三、相变增韧的计算公式

为了便于比较, 我们仍然认为相变是由体积应力诱发的, 这样, 裂纹尖端的相变区域由下式决定:

$$\rho = \frac{8H}{3\sqrt{3}} \cos^2(\Phi/2) \quad (10)$$

(1) 静止裂纹

将相变区域表达式 (10) 及 $-\infty < z_0 < \infty$ 代入 (9) 式中, 得到:

$$\langle \Delta K_I \rangle = \frac{BC_I \theta^T \sqrt{a}}{3\sqrt{2\pi}(1-\gamma)} f_1\left(\frac{H}{a}\right) \quad (11)$$

式中:

$$f_1\left(\frac{H}{a}\right) = \int_0^{\frac{8H}{3\sqrt{3}} \cos^2(\Phi/2)} d\Phi_0 \int_0^{\frac{3}{5} Y^{-3/2} \cos\left(\frac{3}{2} \Phi_0\right) + \frac{1}{10} \left[\sqrt{(Y \cos \Phi_0 + 1)^2 + Y^2 \sin^2 \Phi_0} \cos\left(\frac{3}{2} \text{tg}^{-1} \frac{Y \sin \Phi_0}{Y \cos \Phi_0 + 1}\right) + \sqrt{(Y \cos \Phi_0 - 1)^2 + Y^2 \sin^2 \Phi_0} \cos\left(\frac{3}{2} \text{tg}^{-1} \frac{Y \sin \Phi_0}{Y \cos \Phi_0 - 1}\right) + \sqrt{Y^2 \cos^2 \Phi_0 + (Y \sin \Phi_0 + 1)^2} \cos\left(\frac{3}{2} \text{tg}^{-1} \frac{Y \sin \Phi_0 + 1}{Y \cos \Phi_0}\right) + \sqrt{Y^2 \cos^2 \Phi_0 + (Y \sin \Phi_0 - 1)^2} \cos\left(\frac{3}{2} \text{tg}^{-1} \frac{Y \sin \Phi_0 - 1}{Y \cos \Phi_0}\right) \right] Y dY} \quad (12)$$

由于 $f(H/a)$ 并不等于零, 说明初始相变区域不仅对增韧无贡献, 而且具有一定的减韧效果。

(2) 稳态扩展裂纹

这时的相变区域由以下三部分组成:

$$\begin{aligned} S_I: & 0 \leq \Phi_0 < \frac{\pi}{3}, 0 \leq \rho_0 \leq \frac{8H}{3\sqrt{3}} \cos^2(\Phi_0/2), \\ S_{II}: & \frac{\pi}{3} \leq \Phi_0 < \pi - \text{tg}^{-1} \frac{H}{L}, 0 \leq \rho_0 \leq H/\sin \Phi_0, \\ S_{III}: & \pi - \text{tg}^{-1} \frac{H}{L} \leq \Phi_0 < \pi, 0 \leq \rho_0 \leq \frac{L}{\cos \Phi_0} \end{aligned} \quad (13)$$

当扩展量 L 趋于无限大时, 利用 (9) 式, 我们得到稳态增韧值为 (下转第 23 页)

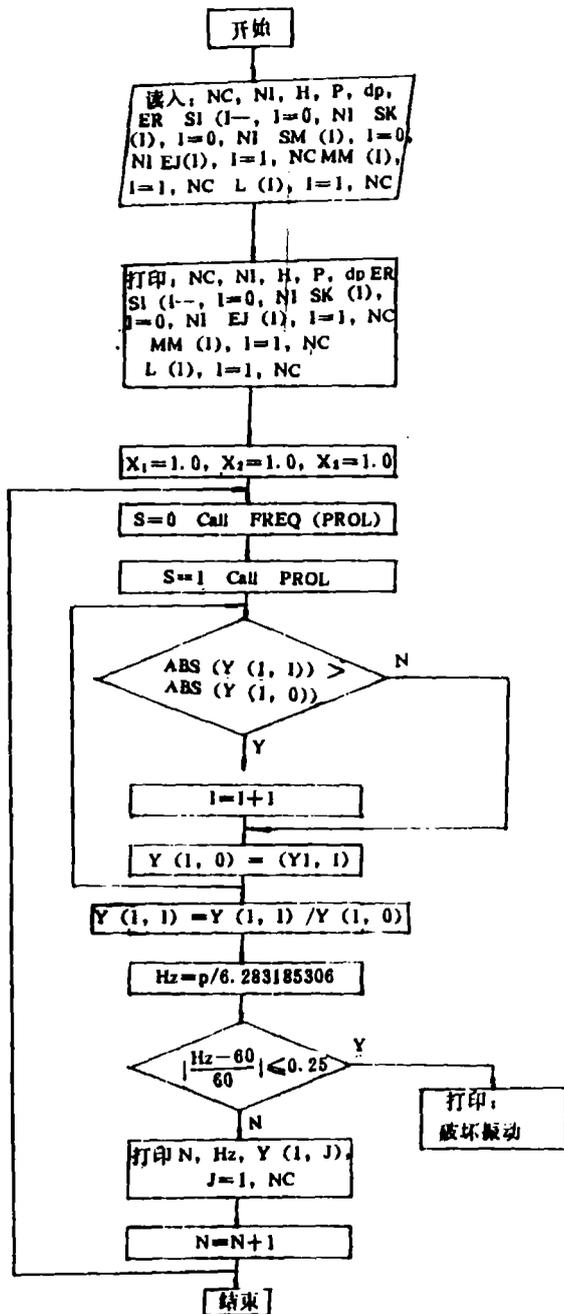


图1

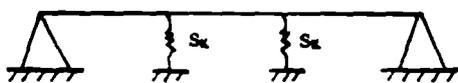


图2

径 $\varnothing 80\text{mm}$ 。则力学模型弹簧刚度 $SK = K \cdot A = 0.75 \times 10^8 \times \frac{0.08^2 \times \pi}{4} = 3.37 \times 10^6 \text{N/m}$ 。

计算工件系统四阶低阶固有频率结果如下:

37.825Hz, 132.021Hz, 292.6Hz, 509.05Hz。

受迫振动频率 $f = \frac{nz}{60} = \frac{120 \times 30}{60} = 60\text{Hz}$ 。

3、结论

通过对工件系统激振试验和模态分析,验证了计算的工件系统固有频率。可见,上述计算方法和程序是正确的。与受迫振动频率比较,加工不同头数和螺旋中没有发生共振现象,工件加工精度良好,满足使用要求,受到用户好评。

参考文献

- 1、季文美、方同、陈松洪著,机械振动,科学出版社,1985。
- 2、黄镇东、柯大为著,机械动力学,西北工业大学出版社,1989。
- 3、方远、乔羽、陈安宁、董卫平编著,振动模态分析技术,国防工业出版社,1993。
- 4、雷天觉主编,液压工程手册,机械工业出版社,1990

(上接第15页)

$$\langle \Delta K_1 \rangle = -\frac{EC_1 \theta^2 \sqrt{a}}{3\sqrt{2\pi}(1-\gamma)} f_2(H/a) \quad (14)$$

式中 $f_2(H/2)$ 与 (12) 式类似,是 H/a 的增函数。

参考文献 (略)