哈尔滨工业大学学报
1985年6月 JOURNAL OF HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY 增刊

一个含裂纹构件疲劳可靠性估计的统计模拟

材料力学教研室 王 彪 王殿富

摘 要

本文提出了估计含裂纹大型焊接结构疲劳断裂可靠性的一个可行方案。在裂纹初始尺寸，裂纹临界尺寸，裂纹数目等是随机变量，同时取随机参数的巴里斯疲劳裂纹扩展律的情况下，运用贝叶斯公式计算漏检裂纹尺寸分布并计算各次检验后的破坏概率，同时考虑了各参数的影响及无损检测方案的合理性。整个分析过程是用蒙特卡洛模拟法通过计算机执行。

一、引 言

近年来，分析材料和结构疲劳与断裂的统计方法越来越受到重视。尤其是估计焊接结构疲劳和断裂的可靠性促进了这个领域内的研究工作。而无损检测技术的发展，也为含缺陷构件的合理应用提供了基本的保证[1,2,3] 蒙特卡洛模拟技术使在高速电子计算机实现整个疲劳断裂可靠性分析成为现实[4,5,6]。

二、疲劳可靠性分析模型

本文所建立的模型能够在已知初始裂纹尺寸分布，裂纹数目分布，无损检测的可靠性及随机参数的巴里斯公式基础上完成每次检测的可靠性及在一定寿命内的最大失效概率的计算。

1. 一些已知参量的分布

裂纹初始尺寸分布：一般认为裂纹的初始尺寸服从指数分布或 β 分布[1,2]。对于大型或大量构件来说，裂纹的出现一是可能在加工过程产生，也可能在运行过程生核，这些缺陷要完全克服是不可能的。而要用确定的裂纹尺寸描绘时，是不符合实际情况的。对工程结构中常见的表面裂纹，裂纹深度是一个重要量但是对其检测的精度十分有限，这样，考虑各种因素在内，将裂纹用一个随机变量表达是比较实际的问题。这里我们取初始裂纹尺寸服从指数分布。

$$f(a)=\begin{cases}\beta_1 e^{-\beta_1(a+b)} & a\geq 0\\ 0 & a<0\end{cases} \tag{1}$$

式中β_1是从检测试验中得到的常数，在未经扩展前 $b=0$，而经一定循环后，β_1及b的新值可由蒙特卡洛抽样用最大似然法进行样本估计而得到。

裂纹发现概率：一个构件在加工好了以后，常须经过检查，以剔除不允许的较大缺陷。在[3]中，作者综述了无损检测的一般评价，没有一项无损检测技术是完善的。因此，检测概率与每一种检测技术有关，这种概率又随所研究的缺陷而改变。缺陷的检测概率基本按下式定义：

P = 成功地测出某一特定缺陷的机组数/机组的总数

我们对[4]中给出的检测概率曲线进行了分析(图1)，发现用指数曲线可较好的反映其检测的概率。

$$P(B/a)=\begin{cases}0 & a<a_0\\ 1-e^{-\beta_2(a-a_0)} & a\geqslant a_0\end{cases} \tag{2}$$

式中a_0反映了检测的一门槛值，β_2是随检测手段等因素变化的常数。$B|a$ 表示构件内存在尺寸为 a 裂纹的条件下，能够检测到的事件。

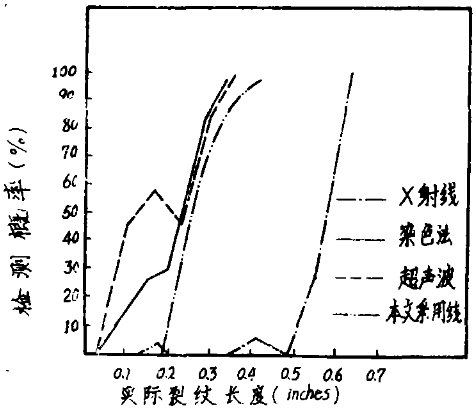

图 1 检测概率随裂纹长度的变化

影响检测概率的因素很多，不仅与检测手段及被检构件的形状，尺寸等有关，而且操作者的熟练程度影响也较大。尤其是实际检测的局限性可能比在实验室进行的试验大几倍。

裂纹出现数目分布：对于构件，尤其大型焊接结构其焊接部分的尺寸对其寿命可靠性影响较大。而且由于材质不均匀，载荷也不一定一致，这样每个裂纹对结构的破坏都会有一定的贡献。一般认为单位体积中出现的裂纹数目服以泊松分布[4]：

$$\mathrm{Prob.}(N)=e^{-E_N}E_N^N/Ni\,,\ N=0,1,2, \tag{3}$$

式中 Prob.(N)表示单位体积内出现的裂纹数目为N的概率，E_N 为单位体积内出现的裂纹数目的期望值。

裂纹扩展率：这里采用随机参数的巴里斯公式：

$$da/dn=c(\Delta K)^m \tag{4}$$

在[5,6]中已表明，将 c 认为是随机变量，而将m值作为常量处理能较好地反映实际的

裂纹扩展。在本文将（4）式中的 c 按对数正态分布处理。

2. 疲劳可靠性分析

本文考虑到含裂纹的构件每次经过无损检测后仍有漏检的缺陷存在，同时也考虑到这部分裂纹在疲劳过程中扩展。我们不难看到，由（2）式对于已给尺寸为 a 的裂纹漏检概率为：

$$P(\overline{B}|a)=1-P(B|a)=\begin{cases} e^{-\beta_2(a-a_0)} & a\geqslant a_0 \\ 1 & a<a_0 \end{cases} \tag{5}$$

式中 $\overline{B}$ 为 B 的逆事件。根据贝叶斯公式，在每次检测后，未发现的裂纹尺寸分布为：

$$P(a)=P(\overline{B}|a)\times f(a)\Big/\int_0^{+\infty}P(\overline{B}|a)\times f(a)da$$

$$=\begin{cases} \beta_1 e^{-\beta_1(a+b)}\Big/\left(1-\dfrac{\beta_2}{\beta_1+\beta_2}e^{-\beta_1 a_0}\right) & a\leqslant a_0 \\ \beta_1 e^{-[(\beta_1+\beta_2)a-\beta_2 a_0+\beta_1 b]}\Big/\left[1-\dfrac{\beta_2}{\beta_1+\beta_2}e^{-\beta_1 a_0}\right] & a>a_0 \end{cases} \tag{6}$$

按巴里斯公式可解经一个检测周期 N_i-N_{i-1} 次循环，而达到临界尺寸的初始裂纹尺寸值

$$a_i=\left[a_c^{\left(1-\frac{m}{2}\right)}+(N_i-N_{i-1})\,c(Y\sigma\sqrt{\pi})^m\Big/\left(\frac{m}{2}-1\right)\right]^{\frac{1}{1-\frac{m}{2}}} \tag{7}$$

式中

a_c = 临界裂纹尺寸值，正态随机变量，可由 K_c 的实验值得到[7]。

c = 裂纹扩展率参数，服从对数正态分布的随机变量。

σ = 应力幅值，服从正态分布的随机变量。

N_i-N_{i-1} = 从第 $i-1$ 次检验到第 i 次检验的循环数。

Y = 形状因子

m = 裂纹扩展参数

这样，a_i 也应是随机变量，可由蒙特卡洛模拟求得其期望值 Ea_i。上式也说明，对于裂纹尺寸大于 Ea_i 的裂纹，在距下次检验 N_i-N_{i-1} 次循环中已达到临界尺寸而发生破坏。每次检验的破坏概率 P_{fi} 可计算如下：

$$p_{fi}=\int_{Ea_i}^{\infty}p_i(a)da \tag{8}$$

式中，

p_i——漏检裂纹尺寸的分布（式(6)）

上面计算的 P_{fi} 值为单个裂纹在每次检验后未能发现而引起破坏的概率。前面已经假设构件中单位体积的裂纹数目 N 服从泊松分布。那么体积 ΔV 中含的裂纹数目为 $N\Delta V$，而破坏概率为：

$$P'_{fi} = N \cdot \Delta V \cdot P_{fi}$$

那么，由最弱环理论，我们考虑某临界区体积V其破坏概率为.

$$P_{Fi} = 1 - (1 - N \cdot \Delta V \cdot P_{fi})^{\frac{V}{\Delta V}} \tag{9}$$

当 $\Delta V \to 0$ 时，

$$P_{Fi} = \lim_{\Delta V \to 0} \left[1 - (1 - N \cdot \Delta V \cdot P_{fi})^{\frac{V}{\Delta V}}\right] = 1 - e^{-NVP_{fi}} \tag{10}$$

设检验的次数分布为，0，N_1，N_2，$\cdots N_j$。那么经 $j+1$ 次检测后破坏概率为：

$$T_F = 1 - \prod_{j=0}^{j}(1 - P_{Fj}) \tag{11}$$

式中：

P_{Fj}——由于漏检而在第$j+1$次检测之前破坏的概率。

这样在满足总的最大破坏概率为T_F的要求下，可优化检测周期，也可得到其它一些参量。本文用蒙特卡洛模拟方法在计算机上对含裂纹构件在每次受检后的危险概率及最终的净破坏概率进行了计算。框图示于图2。

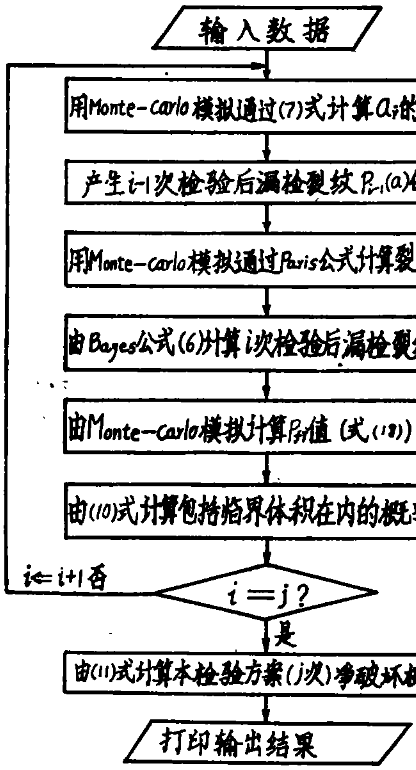

图 2 计算框图

三、结果及讨论

本文作者在$m=4$，$\mu_c = 2 \times 10^{-11}$，$\mu_\sigma = 5\text{kg/mm}^2$ $\sigma_c = 0.6 \times 10^{-11}$，$\sigma_\sigma = 1.6\text{kg/mm}^2$，

设计寿命 $n=10^7$ 周，$\mu_{ac}=5\text{mm}$，$\sigma_{ac}=1.6\text{mm}$ 的受拉对焊缝构件的情况下，对因漏检而产生破坏的概率进行了模拟计算。首先在 $\beta_1=0.51$，$\beta_2=1.41$ 的情况下，对均匀检验区间方案及初始和最终重点检验方案进行了计算。结果如图3。从图中容易看出，检验次数的增加对减小破坏概率有较好的效果，尤其是合理的选择检测方案可更有效地减少破坏概率。

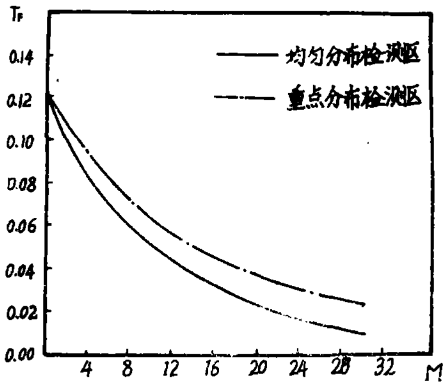

图 3

众所周知，构件的损伤速率为一浴盆曲线（如图4），这样在确定检测方案时一般应考虑到这一特点。在[3]中也表明，在使用期间进行三次检测的典型情况下，最佳检测时间为工作寿命的8%，27%，58%，而不是通常的25%，50%，75%。

本文用最弱环理论考虑了临界体积对破坏概率的影响（如图5）。从图中可见其影响很明显，在处理这一问题时，不应忽视。

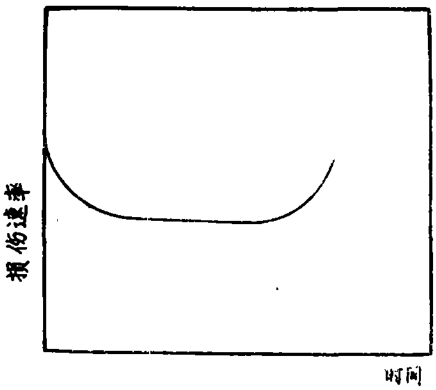

图 4 损伤速变率曲线

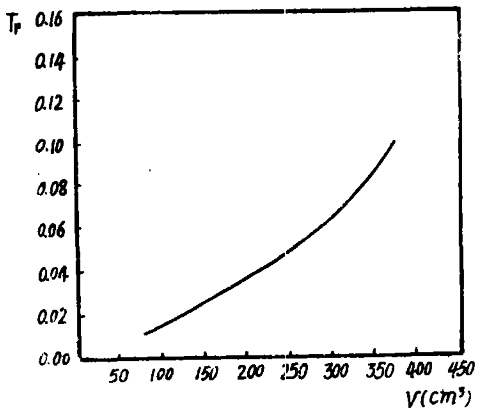

图 5 破坏概率同临界体积的关系

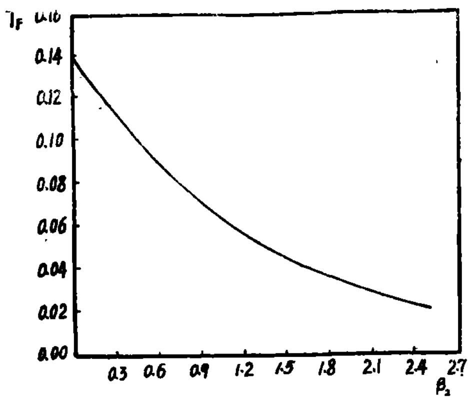

图 6 破坏概率同β_2的关系

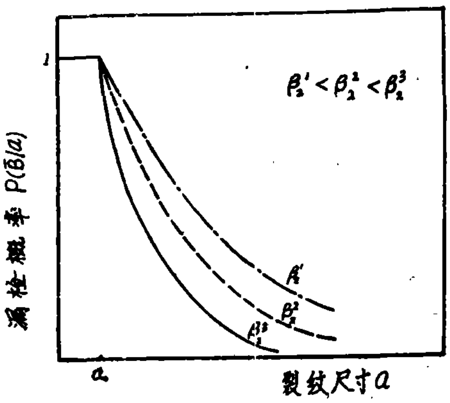

图 7 漏检概率同a的关系

最后，本文对检测方法的好坏对破坏概率的影响进行了探讨，对不同的β_2值进行了计算。结果如图6。随β_2值的增加，破坏概率P_F将减小。在图7中也画出了在不同β_2值下的漏检概率 $P(\overline{B}|a)$ 值（式5）。较好的检测技术，具有较高的β_2值，将会起到较好的效果。

四、结　论

本文通过对含裂纹构件在疲劳载荷下的疲劳可靠性估算，得到了如下的结论。

1. 本文提出了一个估算含裂纹构件疲劳可靠性的可行方案。这里注意的目标是破坏概率值，同时讨论了一些因素的影响。如果考虑其它的目标，如检验的经济性等，在本模型中也是不难实现的，既可确定整个检测方案的可靠性，又可确定每次检测后的置信度。

2. 本文建立的模型可在保证最大破坏概率的条件下，确定较好的检测方案、检测方法。在使用中，为了使缺陷不致扩展到不可容许的程度，通常同时采用不同的几种探伤方法，这也可结合进本模型中。

3. 从计算中得知，检测可靠性参数β_2的影响很重要，而又是随实验条件及检测者的能力而改变。而实际构件检测可靠性可能比实验室条件下检测的可靠性小得多，这更应引起实际工作者的注意。另外，临界尺寸的影响也不容忽视。

4. 本文没有考虑数个裂纹之间的相互作用问题，在[7]中对这个问题有较详细的描述。

参 考 文 献

1. P.E.Becher, A.Pedersen: "Application of statistical Linear Elastic Fracture Mechanics to pressure Vessel Reliability Analysis", Nuclear Engineering And Design 27 (1974)

2. J.R.Davidson, NASA Langley Research Center, Hampoon, Va., "Reliability and Structural Integrity"

3. G. O. Johnston, 库贵华译："统计断裂力学文献综述"，应用力学，1984，4。

4. Hiroyuki Okamura, Katsuhiko Watanabe, Yoshihiro Naito, "Some Crack Problems in Stuctural Reliability Analysis", Reliability Approach in Structural Engineering, Maruzen Co., LTD., Tokyo 1975.

5. 冈村弘之，板垣："强度の统计的取报こ"，培风馆

6. P.M.Besuner, A.S.Tetelman: "Probabilistic Fracture Mechanics", Nuclear Engineering and Design 43 (1977)

7. Hideo Kitagawa, Ippei Suzki: "Some Reliability Approaches in Fracture Mechanics", Reliability Approach in Stuctural Engineering, Maruzen CO., LTD., Tokyo 1975

The Statistical Simulation of fat igue Reliability for Flaw–existed Components

Wang Biao Wang Dian-fu

Abstract

In this paper,an available technique is proposed to estimate the fatigue reliability of large weldlng structure containing flaws.

It is assumed that flaw size, flaw number, and flaw growth parameters are considered to be random variables.The Bayes theorem has been utilized to calculate the distribution of the undetected flaw size.and the failure probability after inspection.Moreover, the effect of parameters and the reasonablenees of NDI has been discussed,

The whole analytical process is executed by microcomputer through Monte-Calro simulation.